Årg. 38:1 Mars 1955

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FÖRSTA HÄFTET

ARNE MAGNÉLI, Nobelpriset i kemi 1954 1

BJÖRN BRUNO, Nobelpriset i fysik 1954 7

HARRY HELLSTRÖM, Elektrometer för skolförsök 9

BIRGER ADELL, Fryspunktsnedsättning, kokpunktsförhöjning och osmotiskt tryck i gymnasiets kemiundervisning 11

GUSTAF ARVIDSSON, Om MKSA-systemets användning vid elementär fysikundervisning 17

AGNE WAHLGREN, Lika potenssummor 37

Notiser: JOSEF ANDERSSON, Thévenins sats; W. SCHOCK, Apparat för bestämning av ekvivalentvikter; JOSEF ANDERSSON, Om härledningen av gitterekvationen; G. DANIELSSON, Faktorer till talen $n! \pm 1$ och $P_n \pm 1$ 42

Aktuellt: IWAN BOLIN, Kemistdagar i organisk kemi i Göteborg; BROR GUSTAVER, Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmöte i jan. 1955; ERIK SJÖQVIST, Kurs i fysik och kemi för folkhögskolelärare 45

Gradualavhandlingar: S. LENNANDER; B. EKELUND; R. VESTIN 49

Bokanmälningar: COMBES, Exercices et problèmes de mathématiques; HODGE/PEDOE, Methods of Algebraic Geometry; KOWALEWSKI, Determinantentheorie; FRYER, Elements of Statistics; HOEL, Introduction to Mathematical Statistics; WOODWARD, Probability and Information Theory with Applications to Radar; SELMER, Differensial- og integralregning; FAXÉN, Mekanik. Statik; ROCARD, L'instabilité en mécanique; Reports on Progress in Physics, Vol. XVII; Applied Electronics; Static Electrification; ZWORYKIN/MORTON, Television; KOEFLER, Thermo-Mikro-Methoden zur Kennzeichnung organischer Stoffe; GEILMANN, Bilder zur qualitativen Mikroanalyse anorganischer Stoffe; CURRY, Geometrical Optics; GLAS, Likströmslära och Växelströmslära; BOHLIN, Elektricitetslära och elektroteknik; DOUGHTIE/JAMES, Elements of Mechanism 52

Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. BÅGMAN) 66
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen i januari 1955 69

Författare i detta häfte (omslaget); Insänd litteratur (annonsblad och sid 75)

Annonsörer: R. Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt&Söner (två annonssidor); AB Philips; Svenska Bokförlaget; Svenska Fysikersamfundet.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:— för 35—37 kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:—+20 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 35—36.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953 och 1954 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck ur ELEMENTA:

1. A. Nordhult, Likströmsmaskiner etc. Slut.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 1:—.
6. S. Comét. Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:—.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Observera att särtrycken nr 1 (Nordhult) och nr 4 (Tandberg) liksom problemhäftena för åren 1937—1942 är slutsålda.

Allmänt omvittnat är att en avsevärd del av innehållet i Elementa — icke minst i äldre årg. — är av bestående värde. En Elementaserie är därför en beaktansvärd tillgång. En komplett dylik är svår att uppbringa, men ännu finns alla årg. fr. o. m. årg. 14. Lagret tunnas emellertid ut med varje år som går. Försumma därför ej att nu skaffa Er en så fullständig samling som möjligt. Priser se ovan.

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; Lektor R. Agrelius, Norrköping; fil. dr. J. Andersson, Vaxholm; lektor G. Arvidsson, Malmö; lektor V. Bergström, Linköping; fil. mag. G. Björck, Stockholm; fil. lic. G. Blom, Malmö; fil. dr I. Bolin, Stockholm; docent B. Bruno, Östersund; lektor E. Danielson, Örebro; fil. stud. G. Danielsson, Hälsingborg; fil. dr B. Ekelund, Åbo; lektor B. Gustaver, Stockholm; fil. dr H. Hellström, Spånga; docent S. Hjalmars, Solna; docent E. Ingelstam, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor S. Lennander, Växjö; laborator A. Magnéli, Stockholm; docent L. Melander, Stockholm; docent S. B. Nilsson, Lund; laborator H. Rådström, Stockholm; lektor W. Schock, Stockholm; folkhögskollärare E. Sjöqvist, Sköldinge; prof. J. Tandberg, Stockholm; lektor A. Wahlgren, Stockholm; tekn. lic. H. Werthén, Stockholm; docent R. Vestin, Stockholm.

Bilaga: Lindståhls Bokhandel.

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDETS PUBLIKATION

KOSMOS

band 32 har utkommit med följande innehåll:

1. Nobelpriset i fysik 1954. Av fil. lic. SVEN LENNANDER.
2. J. R. Rydbergs vetenskapliga gärning. Av professor BENGT EDLÉN.
3. Janne Rydberg och hans kamp för professuren. Av lektor ARVID LEIDE.
4. Aktuella problem kring fysikens små och stora tal. Av professor OSKAR KLEIN.
5. Om solkoronan. Av observator JÖRAN M. RAMBERG.
6. Väderleksprognos med hjälp av elektroniska räknemaskiner. Av fil. lic. BERT BOLIN.
7. Radionavigering inom flyget. Av byråchef OVE NORELL.
8. Den europeiska organisationen för kärnforskning (Cern). Av professor IVAR WALLER.
9. Den första svenska atomreaktorn. Av docent SIGVARD EKLUND.
10. Materialproblem kring atomreaktorn. Av docent ROLAND KIESSLING.
11. Elementär teori för atomreaktorer. Av docent GUNNAR HOLTE.

Boken tillställes samfundets medlemmar *inbunden* jämte kvitto på medlemsavgift som postförskottsförsändelse å kr. 12:— plus porto. Medlemskap erhålles efter hänvändelse till **Fil. lic. Sven Lennander, Fysikum, Uppsala.** Även institutioner och bibliotek antagas som medlemmar.

Samfundets medlemmar kunna i mån av tillgång erhålla bundna exemplar av äldre Kosmos-band till ett pris av 10 kr per styck, bd 27 och senare à 12 kr.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, London 1954, 1955:

Nuclear Geology. A Symposium on Nuclear Phenomena in the Earth Sciences. Edited by H. Faul. Pp. 414, $ 7.00.

W. B. HUDSON, *Conveyors and Related Equipment.* 3rd Ed. Pp. 524, $ 9.00.

Q. MCNEMAR, *Psychological Statistics.* Pp. 408, $ 6.00.

TH. F. HUETER / R. H. BOLT, *Sonics.* Techniques for the Use of Sound and Ultrasound in Engineering and Science. Pp. 456, $ 10.00.

GAY/FAWCETT/MCGUINNES, *Mechanical and Electrical Equipment for Buildings.* 3rd Ed., Pp. 564, $ 8.50.

Gauthier-Villars, Paris 1954, 1955:

G. JULIA, *Cours de géométrie infinitésimale.* Deuxième fascicule: Cinématique et géométrie cinématique, 80 p., 1500 fr.

P. APPELL, *Traité mécanique rationelle.* Tome V. Éléments de calcul tensorielle. Deuxième éd. par R. Thiry, 202 p., 3500 fr.

P. DUBREIL, *Algèbre.* Tome I: Équivalences, opérations, groupes, anneaux, corps. Deuxième Éd., 467 p., 3900 fr.

H. POINCARÉ, Électricité et optique. Leçons professées à la Sorbonne en 1888, 1890 et 1899. Deuxième éd., revue par J. Blondin et E. Neculcea, 641 p., 2000 fr.

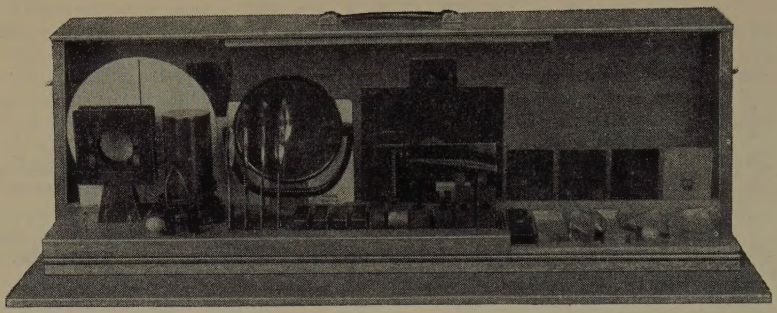
A. BLANC-LAPIERRE / M. PERROT, *Conductibilité électrique des lames métalliques minces,* 96 p., 1100 fr.

M. A. COLOMBANI, *Propriétés magnétiques des lames métalliques minces,* 78 p., 1000 fr.

M. Y. DOUCET, *Les aspects modernes de la cryométrie,* 133 p., 1650 fr.

L. POLI / P. DELERUE, *Le calcul symbolique à deux variables et ses applications,* 77 p., 1000 fr.

Forts. s. 75.



Optisk bänk

enkel och instruktiv för
lägre och högre läroanstalter

Varje försök kan enkelt utföras av eleverna på några minuter, efter de schematiska avbildningar som medföljer varje bänk.

Optiska bänken levereras med alla tillbehör uppsatta i ett speciellt etui, och kan erhållas med eller utan låda.

Representant för

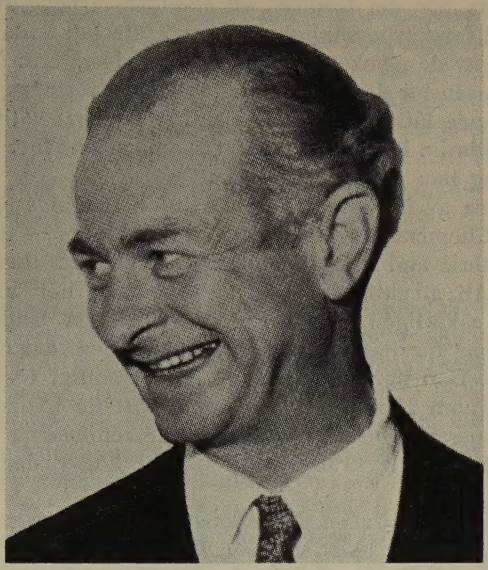
Leybold, Köln och Spindler & Hoyer, Göttingen

RUDOLPH GRAVE AB

Skolavdelningen

STOCKHOLM 3
Malmskillnadsgatan 48 c
Box 3082
Tel. 23 37 80

MALMÖ 6
Malmgatan 10
Box 6058
Tel. 381 25



Linus Pauling

Nobelpriset i kemi 1954

av laborator Arne Magnéli, Stockholm

Det händer ofta att namnet på författaren till en känd lärobok i dagligt tal brukas som synonym till bokens titel. När nutidens kemistudent — i vårt och i många andra länder — talar om Pauling och därvid menar »General Chemistry» kan detta sägas ha ett visst berättigande även frånsett den akademiska jargongens. Mer än någon annan framstår Linus Pauling som den forskare som ägt viljan och förmågan till överblick över kemien av i dag i alla dess grenar och som i forskning och lära syftat till de allmänna, gemensamma principerna.

Paulings strävan mot helhetssyn och stora sammanhang har kanske mången gång tvingat honom att göra avkall på kraven på strängt logiskt sammanhang i härledningar och fullständig överensstämmelse mellan teori och rön. Hans vetenskapliga resultat har ofta framgått ur gissningar och haft karaktären av approximationer. Då detta utsäges, innebär det dock icke ett nedsättande omdöme om Paulings

verk. Fastmera bör det betonas, att Paulings arbetssätt — grundat i en särpräglad forskarpersonlighet — varit ytterligt ändamålsenligt vid behandlingen av de mycket komplicerade problem han föresatt sig att lösa. Där gränsen för den logiska deduktionens förmåga uppnåtts, har mången forskare låtit sig hejdas. Pauling har här låtit sin intuitiva begåvning träda in. Den intelligenta gissningen har fått ta det yttersta steget. Pauling har gissat rätt mycket ofta.

Det kan vara av intresse att stanna inför Paulings egen definition på kemien: »Chemistry is the science of substances — their structure, their properties, and the reactions that change them into other substances». Att strukturen, ämnenas byggnad, här har fått första platsen, har säkerligen icke skett av en slump. Under hela hans forskarbana har för Pauling strukturkemien varit det centrala forskningsområdet. Han har insett, att det är väsentligt för den fortsatta utvecklingen inom alla grenar av kemien att ha kännedom om hur de atomer som sammansätter de kemiska föreningarna är anordnade i rymden och hur de krafter som härvid håller dem samman är beskaffade.

Pauling må själv vara en de geniala förenklingarnas och approximationernas man. Att hans vetenskapliga mål på längre sikt ligger vida längre bort framgår av följande uttalande: »If scientific progress continues, the next generation may have a theory of valency that is sufficiently precise and powerful to permit chemistry to be classed along with physics as an exact science». Skulle denna förhoppning bliva verklighet, kommer Pauling att framstå som en av dem som visat vägen dit.

Paulings första vetenskapliga arbeten gällde bestämningar av kristallstrukturerna hos några relativt enkelt byggda oorganiska föreningar (MoS_2, Fe_2O_3, $BaSO_4$ m. fl.). De utfördes med röntgenkristallografisk metodik. Pauling inskränkte sig emellertid icke till att i detalj utreda atomanordningen hos dessa och andra fasta ämnen; han satte sig även före att utröna något om de lagar, som bestämmer hur dylika föreningar är uppbyggda.

Tidigare hade man som byggnadsstenar i jonföreningar betraktat de mer eller mindre tätt packade sfäriska jonerna. Pauling visade att problemet att bestämma och beskriva en kristallstruktur av detta slag ofta väsentligt förenklas, om man väljer större byggnadsenheter, nämligen de polyedrar av anjoner, som av energetiska skäl bör utgöra den närmaste omgivningen till varje katjon. Antalet anjoner i polyedern beror väsentligen på anjonens och katjonens relativa storlek. Eftersom anjonerna som regel är mest utrymmeskrävande, kommer de att vara i första hand strukturbestämmande. Kristallstruk-

turerna kan då betraktas som uppbyggda av anjonpolyedrar med en central katjon, t. ex. SiO_4-tetraedrar eller TiO_6-oktaedrar. Polyedrarna är sammanfogade genom en eller flera gemensamma atomer (delade hörn, kanter eller ytor). I några enkla regler sammanfattade Pauling hur polyedrarna bör vara hopkopplade i stabila strukturer, där fördelningen av de elektrostatiska laddningarna förutsattes vara så jämn som möjligt. Vackra exempel på fördelarna med detta betraktelsesätt, som visat sig utomordentligt användbart, bjudes i mängd bland silikatstrukturerna, hos de olika modifikationerna av titandioxid och i otaliga andra fall.

För behandlingen av den kovalenta bindningen (av Gilbert Newton Lewis för att betona dess fundamentala betydelse kallad *the* chemical bond) har det av Pauling inom kemien införda begreppet resonans varit av den största betydelse.

En fundamental princip i kvantmekaniken leder till att strukturen hos ett system i dess normaltillstånd (tillstånd av lägsta energi) är den som bland alla tänkbara strukturer ger systemet maximal stabilitet, lägsta energi. Antag att två strukturer I och II båda kan tänkas tämligen nära motsvara detta normaltillstånd och att vågfunktionerna ψ_I och ψ_{II} för dessa strukturer är kända. Då gäller att den lineära summan

$$\psi = a\psi_I + b\psi_{II}$$

även är en möjlig vågfunktion för detta system. Beräknas den mot ψ svarande energien som funktion av förhållandet b/a, kan det värde på b/a som ger energien det lägsta värdet bestämmas. Den häremot svarande vågfunktionen och strukturen ger då en förbättrad approximation av systemets normaltillstånd.

Om energiminimum inträder vid ett ändligt värde på b/a, sammansättes det bästa värdet på vågfunktionen dels av ψ_I och dels av ψ_{II}, och normaltillståndet hos systemet skulle likaså kunna beskrivas som återspeglande dragen av såväl struktur I som II. Systemet säges då resonera mellan (vara en hybrid av) de båda hypotetiska strukturerna I och II. För att utmärka att det här är fråga om ett slags mellanform använder man på många håll beteckningen mesomeri i stället för resonans.

Resonansstrukturen är likvisst icke ett slags medelvärde av strukturerna I och II, eftersom dess energi är lägre och dess stabilitet därmed större än de senares. Ofta har man även observerat, att atomavstånden i en resonansstruktur understiger dem, som borde förefinnas i ett vederbörligen viktat medelvärde av de bidragande hypotetiska strukturerna.

Antalet strukturer, som måste tas i betraktande vid diskussionen av ett systems normaltillstånd, behöver givetvis icke vara begränsat till två. Kemisk erfarenhet och intuition blir vägledande vid valet av bidragande hypotetiska strukturer.

Den kovalenta bindningen i molekyler som H_2 eller CCl_4 sammanhänger med att de båda bundna atomerna har ett elektronpar gemensamt. Vätemolekylens normaltillstånd motsvarar resonans mellan framförallt strukturerna

$$H^{1}:{}^{2}H \text{ och } H^{2}:{}^{1}H$$

där H står för vätekärnorna och de numrerade prickarna betecknar elektronerna. Energien hos elektronparsbindningen utgöres alltså till största delen av den resonansenergi, som svarar mot utbyte av de två elektronerna.

Stabila molekyler och komplexa joner, som innehåller kovalenta bindningar, har som regel sådan struktur att varje atom antar ädelgaskonfiguration med åtta valenselektroner (två vid heliumkonfiguration). De båda elektronerna i varje kovalent bindning räknas då som hörande till båda de atomer som bindningen förenar. Hos en fri atom är de energitillstånd, som motsvarar de åtta elektronerna vid ädelgaskonfiguration, ej likvärda (två *s*- och sex *p*-elektroner). Pauling visade nu, att då dessa elektroner deltar i kovalenta bindningar, blir den resulterande elektronstrukturen i resonanshybrid sammansatt genom överlagring av en *s*- och tre *p*-bindningar, där de fyra elektronparen strävar att ordna sig mot de fyra hörnen av en regelbunden tetraeder i vars centrum atomkärnan tänkes belägen (sp^3-hybridisering). Här erhöll man alltså en förklaring till den tetraedriska anordningen av kolatomens bindningar. I den pyramidformade ammoniakmolekylen deltar endast tre av elektronparen i bindningar, medan det fjärde elektronparet är oengagerat. Vinkeln H—N—H (107°) avviker dock ej mycket från tetraedervinkeln (109°28′), vilket visar att sp^3-hybridiseringen är tillfinnandes även i denna molekyl.

I många atomer deltar även elektroner under valenselektronnivån i kovalenta bindningar (*d*-elektroner). Även för sådana fall härledde Pauling de resulterande elektronstrukturerna. Sålunda befanns dsp^2-hybridisering (överlagring av en *d*-, en *s*- och två *p*-bindningar) ge upphov till fyra, i ett plan kvadratiskt ordnade bindningar, medan de sex elektronparen vid d^2sp^3-hybridisering (två *d*-, en *s*- och tre *p*-bindningar) pekar mot hörnen i en regelbunden oktaeder.

Vid härledandet av resonansstrukturen för ett ämne måste som regel hänsyn tagas till att kovalent bindning och jonbindning sällan uppträder renodlade. Vanligen bidrar därför båda bindningstyperna till resonanshybriden, och man kan på så sätt nå fram till en kovalent

bindning med partiell jonkaraktär. Strukturen hos dikväveoxid, N_2O, är sålunda en resonanshybrid av väsentligen de två strukturerna

$$:\ddot{\underset{-}{N}}=\overset{+}{N}=\ddot{O}: \quad \text{och} \quad :N\equiv\overset{+}{N}-\ddot{\underset{-}{O}}:$$

där de bindande elektronparen representeras av streck och övriga valenselektroner av punkter. Ovanstående två hypotetiska strukturer skulle ha höga dipolmoment; den verkliga strukturen och resonanshybriden har dipolmoment nära lika med noll.

En uppfattning om bråkdelen jonkaraktär i en bindning kan man få med hjälp av det av Pauling införda begreppet elektronegativitet, som är avsett att ge ett ungefärligt mått på varje atoms attraktionskraft på elektronerna i en kovalent bindning.

Även den metalliska bindningen har varit föremål för Paulings intresse. Han hävdar, att denna bindning är av väsentligen kovalent karaktär. Medan i en normal kovalent förening, t. ex. ett kolväte, samtliga valenselektronnivåer är besatta med elektroner, förekommer i metallerna endast ett mindre antal resonerande valenselektroner, vilket skulle vara orsaken till metallernas speciella egenskaper.

Mycket stor uppmärksamhet har Paulings undersökningar av biologiskt viktiga ämnen väckt, däribland i främsta rummet hans arbeten över äggviteämnenas byggnad. Dessa studier, bedrivna i samarbete med Robert Corey, påbörjades redan vid mitten av 1930-talet, men resultaten därav har kommit först under de senaste åren.

Proteinernas ytterligt komplicerade byggnad — med molekyler bestående av tusen- eller tiotusentals atomer — omöjliggjorde givetvis varje försök till direkt strukturbestämning. Man fick i stället börja med att utföra möjligast noggranna bestämningar av atomanordningar, atomavstånd och bindningsvinklar hos de enkla byggnadsstenarna i proteinerna, aminosyror och enkla polypeptider. För olika aminosyror visade sig de interatomära avstånden vara nära desamma för varje särskilt slag av bindning, vilket medförde en betydande förenkling av den följande uppgiften, att passa samman aminosyrerester till plausibla, större aggregat. Pauling utgick från att dessa borde vara möjligast fria från spänningar och fann att sådana strukturmodeller kan konstrueras, om aminosyreresterna fogas till varandra så att spiralformade, långsträckta atomkedjor bildas. Utmärkande för dessa spiraler är, att de icke innehåller ett helt antal aminosyrerester per varv.

En viss dylik spiral (α-helix) anses av Pauling vara den i naturen mest förekommande. Den återfinnes bl. a. i α-keratin, där sex vänsterspiraler av denna typ, ordnade till en högerspiral, innesluter en sjunde

α-helix till vad som kan liknas vid ett imponerande repslagaralster. Röntgendata synes bekräfta riktigheten av denna föreslagna struktur. Liknande anordningar av på annat sätt sammanfogade spiraler förekommer i andra proteiner.

I nära anslutning till Paulings undersökningar av biokemiskt viktiga ämnens struktur står hans studier av fysiologiska och medicinska problem. Även här betonar han betydelsen av noggrann kännedom om de strukturella förhållandena för en djupare förståelse av de normala och sjukliga livsprocesserna. Särskilt intresse har hans påvisande av ett samband mellan den hos amerikanska negrer icke ovanliga blodsjukdomen »sickle cell anæmia» och förändringar i hämoglobinets struktur rönt.

Ovanstående rader har givetvis endast kunnat ge en mycket ofullständig presentation av Paulings mångsidiga vetenskapliga verksamhet, redovisad i inemot 250 publicerade uppsatser. Som författare till mera omfattande vetenskapliga skrifter framträder han i »The Structure of Line Spectra» (1930, tills. m. S. Goudsmit), »Introduction to Quantum Mechanics with Applications to Chemistry» (1935, tills. m. E. B. Wilson, Jr.) och »The Nature of the Chemical Bond» (1:a uppl. 1939). Sistnämnda arbete, i vilket han lägger fram sin resonansteori, har varit av omätbar betydelse för utvecklingen av den moderna strukturkemien.

Paulings stil som författare och föreläsare är klar och livlig, präglad av ett entusiasmerande temperament. Detta framträder icke minst i hans mångenstädes använda elementära läroböcker »General Chemistry» och »College Chemistry», vilka översatts till mer än halvdussinet språk. (Den förra finnes i svensk översättning av lektor Gunnar Starck.)

* *
*

Linus Pauling föddes i Portland, Oregon, den 28 februari 1901. Efter studier vid Oregon State College 1917—1922 har han varit knuten till California Institute of Technology, Pasadena, från och med 1931 som professor och sedan 1937 som föreståndare för Gates and Crellin Laboratories of Chemistry. Han studerade 1926—1927 atomfysik och kvantteori i Europa, bl. a. hos Sommerfeld i München. Han har varit visiting professor vid MIT, Cornell och Oxford. Nobelpriset tillföll honom som belöning för hans »undersökningar om den kemiska bindningens natur med tillämpning på komplicerade ämnens byggnad».

Max Born

Nobelpriset i fysik 1954[1]

Max Born av docent Björn Bruno, Östersund

Enligt Alfred Nobels testamente skulle nobelpriset i fysik tilldelas »den, som inom fysikens område har gjort den viktigaste upptäckt eller uppfinning». Testamentators avsikt var väl, att en viktig upptäckt skulle kunna prisbelönas vare sig vederbörande befann sig i början av sin vetenskapliga bana eller upptäckten kom som frukten och höjdpunkten av en lång forskargärning. Meningen var väl också, att belöningen skulle utdelas snarast möjligt efter upptäckten för att genom den visade uppskattningen sporra till och genom det ekonomiska biståndet praktiskt befrämja ett fortsatt framgångsrikt vetenskapligt arbete.

I realiteten ha dessa intentioner emellertid visat sig vara svåra att förverkliga. Vid tiden för en upptäckt är det ofta svårt att avgöra betydelsen av upptäckten. Det dröjer i allmänhet en viss tid, innan man fått ett någorlunda riktigt perspektiv på utvecklingen. Perspek-

[1] Priset delades mellan de tyska forskarna Max Born och Walter Bothe. En artikel om Bothe inflyter i Elementas junihäfte.

tivet behövs också ur en annan synpunkt. En upptäckt är — åtminstone inom teoretisk fysik — nästan aldrig helt en mans verk; den är förberedd genom andra forskares arbeten, och i det avgörande ögonblicket ha ofta väsentliga bidrag lämnats från flera håll.

Det är därför inte förvånansvärt, att den ena hälften av 1954 års nobelpris i fysik tilldelats den framstående tyske teoretikern Max Born — nu en gammal man — för hans insatser under kvantmekanikens hektiska genombrottsskede vid mitten av 1920-talet. Överhuvudtaget måste det ha framstått som önskvärt att med ett nobelpris visa uppskattningen av de utomordentliga insatser, som Born gjort såväl direkt genom sina egna vetenskapliga arbeten som indirekt i egenskap av inspirerande lärare och ledare. På grund av formuleringen i Nobels testamente har man ibland sett sig nödsakad att förbigå framstående fysiker, som genom sina allmänna insatser varit väl meriterade för priset men ej ansetts ha åstadkommit en enstaka upptäckt av den betydelse, som förutsättes i testamentet. Man kan här nämna namn som Sommerfeld och Kramers. Det är glädjande, att inte också Born kommit att tillhöra denna skara.

Vid utvecklingen av den nya kvantmekaniken kom Born att vid flera tillfällen ingripa på ett avgörande sätt. År 1925 hade Heisenberg lagt grunden till en konsekvent, kvantitativ formulering av kvantmekaniken. Born visade, att de storheter, som Heisenberg härvid arbetade med, kunde betraktas som matriser och gjorde genom sitt matematiska kunnande och sina fysikaliska insikter stora insatser vid utarbetandet av denna matrixmekanik.

Våren 1926 angav Schrödinger med utgångspunkt från de Broglies vågföreställningar en ny metod för angripandet av kvantmekaniska problem. Schrödinger insåg från början, att denna vågmekaniska formulering borde vara ekvivalent med Heisenbergs matrixmekanik och kunde också snart visa, att så var fallet. Vid den fysikaliska tolkningen av den av honom införda vågfunktionen var dock Schrödinger benägen att ge vågfunktionen en reell innebörd så, att den verkligen beskrev en kontinuerlig fördelning av massa och laddning.

Gentemot denna uppfattning hävdade nu Born i ett betydelsefullt arbete om stötprocesser sannolikhetskaraktären hos vågfunktionen. Han anknöt härvid till en betraktelse av Einstein, där denne diskuterade det gamla problemet om ljusets vågrörelse- eller partikelnatur. Enligt Einstein kunde det med strålningen förknippade vågfältet tolkas så, att det dirigerade ljuskorpusklerna; vågfältet skulle sålunda bestämma sannolikheten för att ett ljuskvant skall välja den ena eller andra vägen. Born tolkade nu Schrödingers vågfunktion så, att kvadraten på vågamplituden är ett mått på sannolikheten för att finna partikeln (elektronen, α-partikeln etc.) i den omedelbara omgivningen

av en godtycklig punkt. Vid kollision mellan t. ex. en elektron och en atom kan man sålunda endast tala om sannolikheten för olika avlänkningar. Schrödingers vågformalism ger därför ej någon kausal beskrivning av händelseförloppet; man kan ej i förväg — under alla förhållanden ej enbart med denna formalism — förutsäga, vilket av de möjliga alternativen som kommer att realiseras.

Denna statistiska tolkning av Schrödingers vågfunktion och följaktligen av naturlagarna väckte stort uppseende även utanför fysikernas krets, och många var i likhet med Schrödinger föga benägna att acceptera ett så kraftigt avsteg från den klassiska fysikens principer. Efterhand ha emellertid motståndarna blivit allt färre, och själv har Born alltid konsekvent och med kraft hävdat den statistiska karaktären hos naturlagarna.

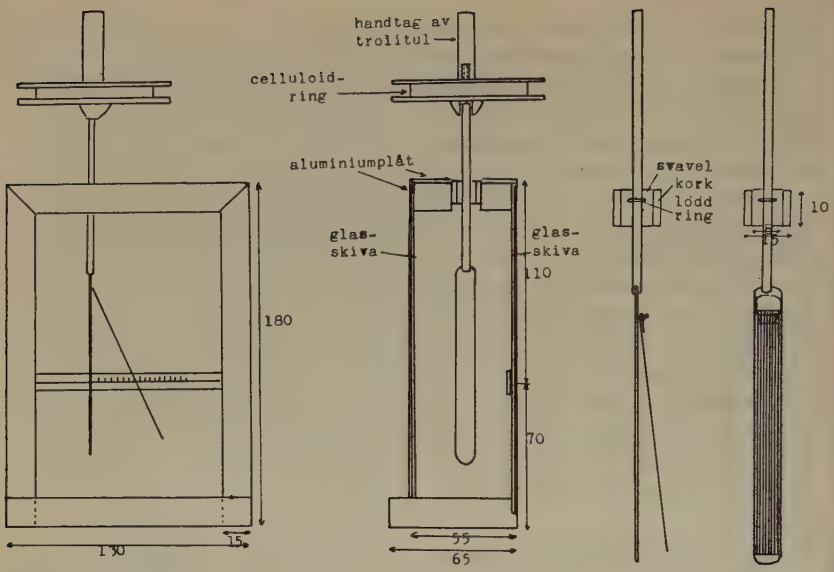
Max Born är född i Breslau 1882. Han blev docent i Göttingen 1909, professor i teoretisk fysik i Berlin 1915, i Frankfurt am Main 1919 och i Göttingen 1921. 1933 flydde han från Tyskland och var 1936—1954 professor i Edinburgh.

Elektrometer för skolförsök av fil. dr Harry Hellström, Spånga

Vid behandlingen av elektrostatiken på gymnasiet är det önskvärt att som laboration kunna göra kvantitativa mätningar med elektrometer. Författaren har tillverkat en enkel men effektiv typ, som beskrives här nedan. Måtten i figurerna äro angivna i mm.

Stommen utgöres av 15 mm tjockt 55 mm brett furuträ med bottenplatta av likaledes 15 mm furuträ 130×65 mm², hopsatt till en ram. I ramens övre del borras ett hål med 15 mm diameter för elektroden. Denna består av en 3 mm tjock rak mässingstråd, nedtill uppslitsad. I slitsen lödes en plan, 8 mm bred och 100 mm lång, remsa av koppar eller mässing jämte en »axel» för elektrometerbladet gjord av 0,2 mm pianotråd. Elektrometerbladet utskäres ur 0,02 mm aluminiumfolie. För att ge bladet tillräcklig stadga korrugeras det svagt genom pressning mellan två trälister, av vilka den ena försetts med längsgående fåror av 0,2—0,3 mm djup. Bladet lägges på kopparskenan och föres försiktigt in under axeln ca 3 mm och vikes omkring denna så noggrant som möjligt. Den överskjutande delen fästes vid bladet med spår av en kautschuklösning, varvid man tillser, att ingenting tränger fram till axeln och klibbar fast »gångjärnet». Å andra sidan tillser man, att bladet sluter tätt intill axeln, så att det ej kan röra sig i sidled. Bladet fastgöres omedelbart före monteringen i stativet.

Infästningen och isolationen av elektrometersystemet sker på följande sätt: I en kork, ca 15 mm i diameter och 10 mm lång, borras ett 8 mm hål. Korken skjutes över mässingstråden, som sedan tryckes



genom en pappskiva skyddad av en stanniolbeläggning. Korken fästes koncentriskt kring mässingstråden med ett par knappnålar, varefter mellanrummet fylles med smält svavel. Aluminiumfolien hindrar att fibrer från pappskivan fastnar i svavlet. För att mässingsstaven ej skall lossna förses den vid infästningsstället i förväg med en pålödning av 0,2 mm koppartråd. Elektrometerhusets fram- och baksida täckes med glasskivor, vilka fixeras med en ram av 0,5 mm aluminiumplåt, som även täcker träramen till elektrometern i övrigt och fästes med ett par skruvar nedtill.

Avläsningen av elektrometerutslaget sker på en millimeterskala, som framställts på fotografisk väg och applicerats horisontellt på ramen ca 70 mm från botten. En punktformig ljuskälla placeras ca 2 m bakom elektrometern, varvid bladet kastar en skarp skugga på skalan och möjliggör en god avläsning.

Elektrometerns egenkapacitet är 6—10 cm och känsligheten ca 15 skaldelar för 1 kV spänning. Isolationen är god; en uppladdad elektrometer kan under i övrigt gynnsamma omständigheter behålla laddningen oförändrad under flera timmar.

Elektrometern kan kompletteras med plansvarvade cellulosalackerade kondensatorplattor av 1,5 mm mässingsplåt; (lämplig diameter 75 mm). För att hålla bestämt luftmellanrum mellan plattorna, klipper man celluloidremsor med varierande bredd, vilka böjas och klistras ihop till en ring, som lägges på kondensatorplattan.

Fryspunktsnedsättning, kokpunktsförhöjning och osmotiskt tryck i gymnasiets kemiundervisning

Av lektor Birger Adell, Lund

För några år sedan riktade S. Algéus (1) i en uppsats i Elementa uppmärksamheten på den otillfredsställande behandling av kapitlet om lösningars osmotiska tryck, som man ofta finner i kemiläroböckerna för gymnasiet. Främsta orsaken till svårigheterna med att på ett pedagogiskt nöjaktigt sätt behandla det osmotiska trycket ser han däri, att man »fortfarande vidhåller det gamla föreställningssättet om det osmotiska trycket som ett slags gastryck, utövat av det lösta ämnets molekyler».

I den danska Fysisk Tidsskrift fördes vidare under åren 1950—52 en livlig diskussion om det osmotiska trycket och dess natur (2—6). Inläggen var i vissa fall mycket temperamentsfulla. H. Ramberg (2) hävdade, att man kan *bevisa*, att det »gaskinetiska» sättet att betrakta det osmotiska trycket är felaktigt, och anförde som belägg för sitt påstående en rad intressanta tankeexperiment. T. Carlsen (3) bestred emellertid i sitt inlägg beviskraften hos dessa Rambergs tankeexperiment. Hans inställning i övrigt framgår bäst av ett citat: »De eksperimentelle Kendsgerninger er klare nok, og at prøve at give en kvantitativ, kinetisk Teori for dem er vist en Opgave, der ikke i Øjeblikket kan løses. Selve den Tanke, at man i de Virkninger, en Opløsning udøver udadtil, skarpt skal kunne adskille de Bidrag, der stammer fra visse bestemte af Molekylerne, virker lidt urimelig ...» Den häftigaste stöten mot det gamla kinetiska betraktelsesättet riktades av J. Koefoed (5), som skrev: »Enhver genvej, der vil omgå den statistiske termodynamiks mere raffinerede begreber og kun benytte simple kinetiske ræsonnementer, er på forhånd dømt til at føre ud i vrøvlets bundløse sumpe.» Slutligen skall en uppsats (4) av W. W. Hansen i samma tidskrift framhållas. Denne författare anser, att den allmänt utbredda uppfattningen, att det osmotiska trycket fullständigt kan parallelliseras med trycket hos en ideal gas, är felaktig, men visar, hur man ur den moderna kinetiska teorien för vätskor kan *med användning av begreppet kemisk potential* härleda formeln för det osmotiska trycket i ideala lösningar.

Den kemilärare, som studerat de ovannämnda uppsatserna och de vanligare kemiläroböckernas behandling av osmotiskt tryck, frågar sig helt naturligt: Vore det inte möjligt att på gymnasiestadiet bygga upp denna behandling på termodynamisk grund i st. f. på gaskinetisk?

I det följande skall redogöras för ett försök att i ring R II[4] anknyta undervisningen om osmotiskt tryck och besläktade fenomen främst till det av amerikanen G. N. Lewis (7) införda begreppet *flykttendens* (escaping tendency) och i någon mån till begreppet kemisk potential (partiell molär fri energi). Detta försök, som delvis bygger på erfarenheter jag gjort som ledare av räkneövningarna i fysikalisk kemi för fil. ämbetsexamen vid Lunds universitet, har hittills prövats i tre klassavdelningar och har, såvitt jag kunnat finna, lämnat goda resultat. Kanske kunde det locka någon kollega att gå samma eller liknande vägar och sedan efter vunnen erfarenhet föreslå ev. förbättringar.

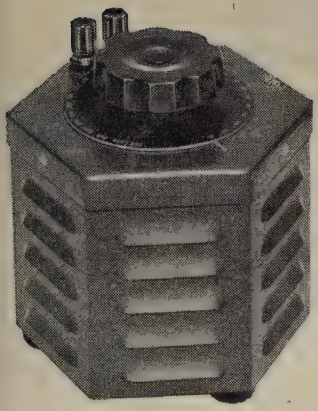
Inledningsvis exemplifierar man begreppet flykttendens för ett och samma ämne i olika aggregationstillstånd vid konstant tryck och konstant temperatur. I ett system av is och vatten, som vid atmosfärstryck hålles vid en temperatur högre än 0° C, övergår is i vatten. Man kan, som Lewis föreslår, uttrycka detta så, att vatten vid denna temperatur har större flykttendens i fast form än i flytande. Det underkylda vattnets flykttendens är å andra sidan större än isens. Detta förhållande kommer också tillsynes därigenom, att under 0° C vattenångans tryck över underkylt vatten är större än över is. Vid 0° C är (vid atmosfärstryck) is och vatten i jämvikt med varandra, dvs. hos fast och flytande form är flykttendensen densamma. Ångtrycken över de båda formerna är vid denna temperatur också lika. Analoga förhållanden gäller ju för rombiskt och monoklint svavel.

Man övergår sedan till att diskutera flykttendenserna hos komponenterna i en binär homogen blandning (lösning). Här anknyter man till diffusionsförsök. Om en utspädd sockerlösning skiktats över en koncentrerad, så kommer ju med tiden en fullständig koncentrationsutjämning att inträda. Detta tolkas enligt det nya betraktelsesättet så, att sockermolekylerna vandrar från den koncentrerade lösningen till den utspädda, därför att deras flykttendens är större i den förra än i den senare.[1] Och så lär man eleverna den allmänna erfarenhetssatsen (7, s. 207), att flykttendensen hos en godtycklig beståndsdel av

[1] Att även vattenmolekylerna måste tänkas vandra, nämligen från den utspädda till den koncentrerade sockerlösningen, kan man lämpligen vänta med att diskutera, tills eleverna blivit lite mera bekanta med begreppet flykttendens.

Toroidlindade sparkopplade vridtransformatorer

Philips vridtransformatorer har rattmanövrerad, kontinuerlig spänningsinställning på utgångssidan. Plåtkåporna är försedda med ventilationsöppningar för luftkylning och samtliga storlekar t. o. m. 520 VA har smältsäkring.



Utspänningen är variabel, antingen mellan 0 volt och nätspänningen eller mellan 0 volt och 20% över nätspänningen. Gangade vridtransformatorer kan levereras i parallellkoppling för utökning av effekten samt i 2-fas- eller stjärnkoppling för 3-fasig spänningsreglering.

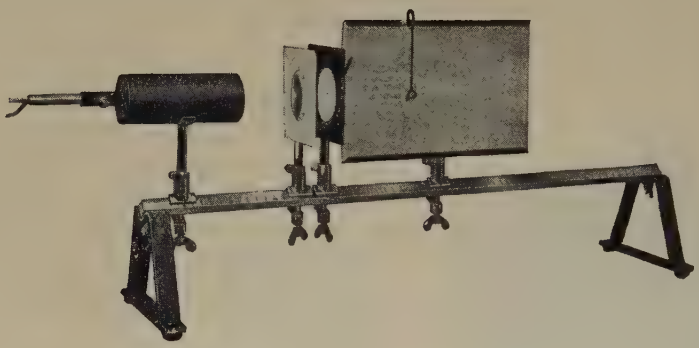
Begär vår nya broschyr med utförliga data och dimensionsskisser.

Nät-spänning	Effekt sek. ca	Sekundär-ström
110 V	360 VA	2,5 A
110 V	730 VA	5,0 A
110 V	1460 VA	10 A
130 V	350 VA	2,3 A
130 V	690 VA	4,5 A
130 V	1380 VA	9,0 A
220 V	260 VA	1 A
220 V	520 VA	2 A
220 V	1040 VA	4 A
220 V	2080 VA	8 A
127 V	80 VA	0,50 A
220 V	175 VA	0,85 A

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen
Stockholm 6
Tel. 34 05 80
Rikssamtal 34 06 80

Norstedts experimentsats för optik



Optisk skiva byggd med delar
ur experimentsatsen

Pris inkl. förvaringslåda av trä
kronor 285:—

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

en lösning ökas, när dess molbråk (och alltså dess koncentration) i lösningen växer.

Härifrån kommer man lätt över till begreppen ångtrycksdepression och *kokpunktsförhöjning*. Man betraktar, dels ett kärl med rent lösningsmedel, dels ett med en lösning av n_2 moler löst (icke flyktigt) ämne i n_1 moler lösningsmedel. I det förra är lösningsmedlets molbråk = 1, i det senare $N_1 = n_1 : (n_1 + n_2) < 1$. Lösningsmedelsmolekylernas flykttendens är alltså mindre i lösningen än i det rena lösningsmedlet. Lösningsmedlets ångtryck över lösningen blir därför lägre än över det rena lösningsmedlet. När man löser ett icke flyktigt ämne i ett lösningsmedel, orsakar detta alltså en minskning av det totala ångtrycket över vätskan. På känt sätt [2] representerar man sedan i samma diagram lösningsmedlets ångtryck över rent lösningsmedel p_1^0 och över lösningen p_1 som funktioner av temperaturen. p_1^0-kurvan kommer alltså för varje temperaturvärde att ligga över p_1-kurvan. (Mellan p_1^0 och p_1 råder ju för utspädda lösningar och vid en godtycklig, men konstant temperatur enl. Raoults lag det enkla sambandet $p_1^0 \cdot N_1 = p_1$, vilket dock icke hör hemma i skolkursen.) På ordinataxeln markeras en punkt svarande till trycket P = atmosfärstrycket, och genom denna punkt drages en linje parallell med abskissaxeln. Temperaturvärdena för de båda skärningspunkterna med ångtrycken kurvorna anger kokpunkterna för lösningsmedel och lösning, och den av det lösta ämnet förorsakade kokpunktsförhöjningen kommer klart till synes.

När det så gäller att med hjälp av flykttendensen få eleverna att inse, att *fryspunkten* ligger *lägre* för en lösning än för rent lösningsmedel, är det värdefullt att ha en beteckning för flykttendensens storlek. Som mått på flykttendensen hos ett ämne använder Lewis dels fugaciteten (the fugacity), ett idealt ångtryck, dels den molära, resp. partiella molära fria energien. De båda senare storheterna brukar med ett gemensamt namn kallas för ämnets kemiska potential [3] och anges med den grekiska bokstaven μ.[4] Jag har i gymnasieundervisningen funnit det fördelaktigt att beteckna flykttendensens storlek med μ men icke införa benämningen kemisk potential.

Man betraktar sedan två kärl, det ena med rent lösningsmedel i fast och flytande form, det andra med, dels en utspädd lösning av n_2 moler löst ämne i n_1 moler av samma lösningsmedel som i första

[2] Se t. ex. Moll-Rudberg, Lärobok i fysik. II. Värmelära.

[3] Den utomordentligt stora användbarheten av begreppet kemisk potential vid undervisningen i fysikalisk kemi vid universitet och högskolor har påpekats av L. G. Sillén i en uppsats (8) i Elementa 1942.

[4] Lewis betecknar fugaciteten f, molära fria energien F och partiella molära fria energien $\bar{F}$.

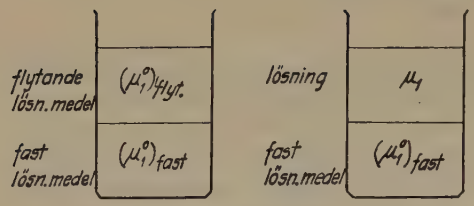


Fig. 1. Två system vid lösningsmedlets fryspunkt.

kärlet, dels med fast rent lösningsmedel. (Fig. 1.) Båda kärlen antages befinna sig vid det rena lösningsmedlets fryspunkt T_0. Storleken av lösningsmedelsmolekylernas flykttendens i de båda faserna i det första kärlet betecknas resp. $(\mu_1^0)_{fast}$ och $(\mu_1^0)_{flyt}$, i det andra μ_1 och $(\mu_1^0)_{fast}$. Vid T_0 råder jämvikt mellan faserna i första kärlet. Följaktligen gäller

$$(\mu_1^0)_{fast} = (\mu_1^0)_{flyt}$$

Men vid konstant temperatur och konstant tryck är

$$(\mu_1^0)_{flyt} > \mu_1$$

ty molbråket för lösningsmedlet är i det rena, flytande lösningsmedlet större än i lösningen. Alltså gäller för andra kärlet

$$(\mu_1^0)_{fast} > \mu_1$$

De båda faserna befinner sig här följaktligen icke i jämvikt, utan lösningsmedelsmolekylerna kommer att vandra från det fasta lösningsmedlet till lösningen. Den fasta fasen kommer alltså att successivt försvinna, och systemet befinner sig vid T_0 över jämviktstemperaturen T_1. Man måste alltså sluta, att $T_1 < T_0$, och den av det lösta ämnet framkallade fryspunktsnedsättningen $T_0 - T_1$ har påvisats.

Här kan man sedan lämpligen ur definitionen på lösningsmedlets molekylära fryspunktsnedsättning E_f härleda den bekanta lagen för fryspunktsnedsättningen hos en lösning:

$$\Delta T = T_0 - T_1 = E_f \frac{g \cdot 1000}{M \cdot G}$$

där g, M och G betecknar antalet gram löst ämne, det lösta ämnets molekylvikt och antalet gram lösningsmedel. Den analoga lagen för kokpunktshöjningen anföres också.

Som sista konsekvens av den minskning i lösningsmedelsmolekylernas flykttendens, som ett i lösningsmedlet löst ämne åstadkommer, behandlar man det *osmotiska trycket.*

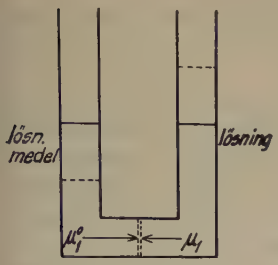


Fig. 2.

Man utgår från den välbekanta figuren med ett U-rör, som nedtill genom en perfekt semipermeabel membran är delad i två hälfter. (Fig. 2.) Den vänstra innehåller rent lösningsmedel, den högra en lösning av n_1 moler lösningsmedel och n_2 moler löst ämne. Temperaturen är konstant. Membranen antages låta endast lösningsmedelsmolekyler passera, och vätskeytorna står att börja med lika högt. Trycket i de båda vätskorna är alltså detsamma.

Då är lösningsmedelsmolekylernas tendens att vandra från lösningsmedel till lösning (flykttendensen med storleken μ_1^0) från början större än deras tendens att vandra åt motsatt håll (flykttendensen med storleken μ_1). Vätskenivån i kärlets högra hälft kommer därför att stiga, i den vänstra att sjunka. Men därvid minskas det hydrostatiska trycket i lösningsmedlet, och μ_1^0 avtar efter hand. I lösningen ökas det hydrostatiska trycket. Detta kommer i de allra flesta fall [5] att medföra en ökning av μ_1. Men lösningen blir också mera utspädd, dvs. molbråket $N_1 = n_1 : (n_1 + n_2)$ kommer att öka. Även detta bidrar till att stegra μ_1. Till sist uppnås ett jämviktsläge, då lösningsmedelsmolekylernas flykttendens i båda riktningarna är lika stor. Skillnaden mellan de hydrostatiska trycken i lösning och lösningsmedel är då definitionsmässigt det osmotiska trycket för jämviktslösningen.

Vill man undvika komplikationen med koncentrationsändringen i lösningen under osmosens lopp kan man, som Lewis och Randall gör (7, s. 213), börja med en figur, som visar, hur man med två pistonger kan utöva trycken P_0, resp. P på lösningsmedel och lösning. (Fig. 3.) Om P vore lika med P_0, skulle lösningsmedelsmolekyler vandra från lösningsmedel till lösning. Men genom att vid konstant P_0 öka P till lämpligt belopp P_j kan man i de allra flesta fall öka μ_1 till värdet μ_1^0, så att lösningsmedelsmolekylerna får samma flykttendens i båda riktningarna och jämvikt råder. $P_j - P_0$ blir då lösningens

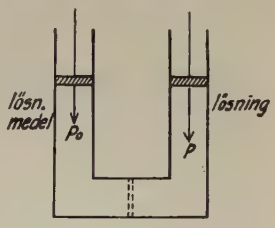


Fig. 3.

[5] Partiella derivatan av lösningsmedlets kemiska potential μ_1 i en lösning med avseende på trycket vid konstant temperatur och konstant sammansättning hos lösningen är lika med lösningsmedlets partiella molära volym. I gymnasieundervisningen kan man utan vidare bortse från de sällsynta fall, då denna är negativ och den kemiska potentialen (och flykttendensen) för lösningsmedlet avtar med stigande tryck.

osmotiska tryck. Man anför sedan utan härledning van't Hoffs gränslag för det osmotiska trycket hos utspädda lösningar och diskuterar den.

Mot den ovanstående behandlingen av begreppet osmotiskt tryck vill man kanske invända, att den icke som den gaskinetiska ger en enkel, om än dubiös förklaring till identiteten mellan gasernas allmänna tillståndslag och van't Hoffs ovannämnda gränslag. Man bör då, såsom Algéus (1) och andra tidigare påpekat, erinra sig, att van't Hoffs lag för det osmotiska trycket framkommer ur den termodynamiskt korrekta relationen genom en hel rad approximationer och att man därför icke skall falla för frestelsen att överbetona denna identitet. För det här föreslagna framställningssättet talar å andra sidan, dels att det möjliggör en enhetlig och enkel energetisk behandling av flera fenomen jämte det osmotiska trycket, dels att det lätt kan utbyggas till det mera ingående *kvantitativa* studium av alla dessa fenomen, som undervisningen vid universitet och högskolor bjuder.

Litteratur

1. Algéus, Sven, Osmotiskt tryck och osmotiskt värde. Elementa 34 (1951), 97.
2. Ramberg, Hans, Bemerkninger om det osmotiske trykks natur. Fysisk Tidsskrift, Kbhvn. 48 (1950), 154.
3. Carlsen, Tage, Bemærkninger om det osmotiske Tryks Natur. Fysisk Tidsskrift, 49 (1951), 111.
4. Hansen, William W., Det osmotiske tryk i ideale opløsninger. Fysisk Tidsskrift, 50 (1952), 89.
5. Koefoed, Jørgen, Osmotisk tryk endnu en gang + »termoosmose». Fysisk Tidsskrift, 50 (1952), 98.
6. Carlsen, Tage, En kommentar til en kommentar. Fysisk Tidsskrift, 50 (1952), 100.
7. Lewis, G. N. and Randall, M., Thermodynamics. New York and London 1923.
8. Sillén, L. G., Begreppet kemisk potential i kemiundervisningen. Elementa 25 (1942), 27.

Om MKSA-systemets användning vid elementär fysikundervisning

Av lektor Gustaf Arvidsson, Malmö

Det får nog hälsas med tillfredsställelse, att MKSA-systemet nu tycks komma att bli det vid skolundervisningen i fysik i vårt land företrädesvis använda enhetssystemet. Mången kanske frågar sig, om denna sak i grunden kan betyda så mycket, då ju de experimentella och deskriptiva sidorna av fysikundervisningen böra vara de väsentliga. Emellertid måste nog såväl matematisk behandling av experiment och lagar som problemlösning bedrivas i ganska stor omfattning vid varje allvarligt menad fysikundervisning. Jag tror, att detta nya enhetssystem, om det kan slå igenom på alla områden inom fysiken, kommer att ge avsevärt större möjligheter till reda och enkelhet vid framställningen av fysikens lagar, och att de minneskunskaper i fråga om formler, som måste inhämtas, med hjälp av detta system kunna bringas att mera direkt sammanhänga med generella lagar. Det har nog ej kunnat undvikas, att vid de blandade system, som hittills använts, de fysikaliska lagarna ofta framställts i form av mätetalsformler med mycket speciella konstanter, vilka för en skolelev i allmänhet lätt kunnat bli rätt sammanhangslösa minneskunskaper.

Här nedan har jag sökt att framlägga några synpunkter på de elementära fysikkurserna med hänsyn närmast till enheterna och deras dimensioner. Jag har ej ingått på enhetssystemens historik eller diskuterat principerna för desamma. Jag har ej heller menat, att det framlagda materialet skulle vara just det som lämpar sig för en viss kursplan. Jag har endast velat ge en enkel, med räkneexempel belyst framställning av hur MKSA-systemet kan införas på de områden, som bruka hänföras till skolans fysikkurser. — En översikt av systemets enheter med dimensioner, benämningar och beteckningar ges i tabellform på följande sida.

Mekanik och värmelära

1. Grundenheterna inom mekaniken äro i MKSA-systemet liksom i cgs-systemet enheterna för längd, massa och tid. Skillnaden är, att längd och massa mätas i *meter* resp. *kilogram* i stället för i centimeter resp. gram. Genom kraftekvationen, kraften=massan×accelerationen,

Storheter			Enheter		
Namn	Symbol	Def. ekvation	Dimension	Namn	Beteckning
längd	l, s, r	grundenhet	m	meter	m
massa	m	grundenhet	kg	kilogram	kg
tid	t	grundenhet	s	sekund	s
yta	A	$A = l^2$	m^2	kvadratmeter	m^2
volym	V	$V = l^3$	m^3	kubikmeter	m^3
hastighet	v	$v = dl/dt$	m/s	meter/sekund	m/s
acceleration	a	$a = dv/dt$	m/s^2	meter/sek^2	m/s^2
kraft	F	$F = m dv/dt$	kgm/s^2	newton	N
energi, arbete	W	$W = Fl$	Nm	newtonmeter joule	Nm J
effekt	P	$P = W/t$	Nm/s	newtonmeter per sek,watt	Nm/s W
tryck	p	$p = F/A$	N/m^2		N/m^2
tyngd	G	$G = mg$	N	newton	N
täthet	ϱ	$\varrho = m/V$	kg/m^3		kg/m^3
tunghet	γ	$\gamma = G/V$	N/m^3		N/m^3
elström	I	grundenhet	A	ampere	A
elmängd	Q	$Q = It$	As	amperesekund coulomb	As C
elspänning	U	$U = W/Q$	Nm/As = W/A	volt	V
resistans	R	$R = U/I$	V/A	ohm	Ω
kapacitans	C	$C = Q/U$	As/V = C/V	farad	F
induktans	L	$L = U/\frac{dI}{dt}$	Vs/A	henry	H
elektrisk fältstyrka	K, E	$K = F/Q$	N/As = V/m	volt per meter	V/m
elektrisk flödestäthet	D	$D = Q/A$	As/m^2	amperesekund per m^2	As/m^2
elektriskt flöde	Ψ	$\Psi = DA = Q$	As	amperesekund coulomb	As C
magn. flödestäthet, fältstyrka	B	$B = F/Il = \frac{\Phi}{A}$	$Vs/m^2 =$ $= Wb/m^2$	voltsekund/m^2 weber/m^2	Vs/m^2 Wb/m^2
magnetiskt flöde	Φ	$\Phi = BA = Ul$	Vs = Wb	voltsekund weber	Vs Wb
—	H	$H = NI/l$	A/m	ampere per meter	A/m
magnetiskt moment	M, m	$M = Fl/B$	$Nm^2/Vs =$ $= Am^2$	amperekvadratmeter	Am^2
magnetismmängd	Q_m	$Q_m = F/B =$ $= M/l$	Am	amperemeter	Am

Systemkonstanten $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 12{,}566 \cdot 10^{-7}$ Vs/Am (H/m)

Systemkonstanten $\varepsilon_0 = 10^7/4\pi c^2 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}$ As/Vm (F/m)

definieras då en ny kraftenhet, som kallas 1 *newton* (N), som är 10^5 gånger så stor som cgs-enheten 1 dyn. Arbets- och energienheten 1 *newtonmeter* (Nm) blir alltså 10^7 gånger så stor som cgs-enheten 1 dyncm (erg) och alltså lika med den gamla enheten 1 *joule* (J, Ws).[1] I detta sista samband ligger en av fördelarna med MKSA-systemet. *Mekanikens energienhet är densamma som den sedan länge inom elläran hävdvunna enheten.*

Beträffande undervisningen i mekanik kan väl tvekan endast råda om när denna på tröghetslagen grundade kraftenhet skall införas. Att den bör användas vid gymnasieundervisningen är tydligt. Jag tror man gör rätt i att här redan i början, dvs. i gymnasiets första ring, gå igenom de dynamiska grundbegreppen för att sedan kunna anknyta till dessa i värmeläran och elläran. Skillnaden mellan MKSA-systemet och det t. ex. i Moll-Rudberg använda MKS(kp)-systemet blir ju, att kraftenheten ändras från kilopond till newton och i gengäld systemkonstanten 9,80665 bortfaller ur formlerna. Då enheten kilopond av praktiska skäl tills vidare måste användas, kan ju omräkning ske enligt sambandet 1 kp = 9,80665 (9,81) N. Det är uppenbart, att MKSA-systemets anslutning till såväl praktiskt använda enheter som allmänna lagar gör att man vid räkning enligt detta system ofta erhåller betydligt enklare och klarare samband än enligt de blandade systemen.

Exempel 1:1 (stud.probl. ht 38). En ångturbin passeras för varje sekund av 3,5 kg ånga med hastigheten 600 m/s. Vilken strömstyrka kan erhållas i en med turbinen kombinerad dynamomaskin, då 40 % av ångans rörelseenergi går förlorad i turbinen och 10 % av den energi, som överföres från turbinen till dynamon, går förlorad i den senare? Dynamons spänning är 800 V.

Lösning: Om strömstyrkan antages vara I A, erhålles direkt: $800\,I = \frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot 600^2 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}90$; $I = 425$ A.

2. Det kan emellertid kanske diskuteras om eller när det dynamiska kraftbegreppet och motsvarande enhet skall införas vid den första undervisningen i fysik, dvs. i realskolor och folkskolor. En olikhet mellan MKSA-systemet och hittills använda system är att i det förra tätheten mätt i grundenheter är nära 1000 gånger så stor som den specifika vikten, under det att vid de senare dessa storheter ha mycket nära samma mätetal. Det medför alltså en viss förändring, speciellt i fråga om vätskors och gasers tryck, att här införa *MKSA-enheten för tryck* 1 N/m². På visst sätt fördelaktigt kan det möjligen

[1] Benämningar och beteckningar för storheter och enheter äro i överensstämmelse med Svenska Elektriska Kommissionens senaste normer (normhäfte SEN 2-1953).

anses vara, att begreppen massa eller vikt och tyngd skiljas åt skarpare genom att de ej längre, ens approximativt, kunna anges med samma mätetal. Med tiden, när krafter, åtminstone i tekniska sammanhang, börja mätas i newton, får man väl i varje fall införa enheten, vare sig man anser sig kunna förklara dess uppkomst eller ej. Den hittills använda enheten 1 pond (eller 1 kilopond) torde väl ej heller vara så lätt att få full förståelse för på detta stadium. Det kan måhända tänkas, att man lika lätt kan införa newton som pond. Här inkomma emellertid pedagogiska problem, som jag ej vill yttra mig bestämt om.

3. För värmelärans del torde enhetssystemet ej spela någon större roll pedagogiskt sett. Vid experimentell framställning kan man utgå från att *värmemängder mätas i joule* (newtonmeter) och att det för att uppvärma 1 kg vatten från 14,5° C till 15,5° C åtgår 4186 J eller 1/860 kWh. Specifika värmet har då sin vanliga betydelse. Vill man ej från början utgå från mekaniska värmeteorien, vilket väl dock ej torde vara olämpligt, kunna ju dessa värden användas som definitioner, vilka förklaras längre fram. När den gamla enheten kalori skall helt övergivas och den allmänna energienheten generellt användas, får väl bero på när så sker i tabellverk och annan litteratur.

Inledning till elektricitetsläran. Den elektriska strömkretsen

4. För elläran innebär MKSA-systemets införande en mera genomgripande förändring. Hur bör då en elementär framställning av elläran disponeras vid användning av detta system? Man kan visserligen ej säga, att ett visst enhetssystem obönhörligt kräver en viss anordning av materialet, men en lärogång kan ju vara mera lämplig än en annan. Det får observeras, att de olika fenomenen, de statiska, de elektromagnetiska osv., bli mera intimt förbundna, då genomgående samma enheter användas. Det spelar även en viss roll, att MKSA-systemet är uppbyggt med stor hänsyn tagen till tekniska tillämpningar. De coulombska lagarna för elektriciteten och magnetismen äro här ej utgångspunkter i samma grad som vid de historiskt betingade systemen.

Det förefaller mig som om det lämpligaste vore att börja med den elektriska strömkretsen. En dylik ordning passar nog bra även ur rent skolteknisk synpunkt med hänsyn till elevernas föregående erfarenheter, ämnets svårighetsgrad och tillämpningarnas tekniska intresse. Lärogången skulle då kunna tänkas lagd på följande sätt.

5. En experimentell, kvalitativ framställning ges av magneter och kraftfälten omkring dem. Krafterna mellan magneter jämföras med kraftfältens överlagring.

6. Den elektriska strömmens allmänna egenskaper demonstreras. Särskilt undersökas magnetfält omkring strömmar samt kraftverkan på strömförande ledare i magnetfält, som härröra från magneter och från andra strömmar. Den nya »absoluta» enheten 1 *ampere* kan nu definieras: 1 ampere är den strömstyrka, som förefinnes i två långa, parallella, raka och linjära ledare på avståndet 1 m från varandra i vakuum, då den ömsesidiga kraften mellan dem uppgår till $2 \cdot 10^{-7}$ N/m. Härvid förutsättes, att kraften är proportionell mot strömstyrkans kvadrat och omvänt proportionell mot avståndet mellan ledarna. En strömvåg för demonstration eller laboration blir givetvis mera komplicerad än en elektrolytisk coulometer, men man kan nog med en ganska enkel dylik få goda värden (se t. ex. Neher, American Journal of Physics *20*, 358, 1952). Principerna för konstruktion av amperemetrar kunna nu klarläggas.

7. Utgående från den allmänna energienheten kan man nu definiera enheten 1 *volt* (V) för potential och spänning: 1 V=1 Nm/As= =1 J/As=1 W/A; härur följa sedan enheterna 1 *ohm* (Ω) för resistans och 1 *siemens* (S) för konduktans: 1 Ω=1 V/A, 1 S=1 A/V. Ohms och Joules lagar behandlas nu med tillhörande mätningar och räkneövningar.

8. Begreppet elektromotorisk kraft torde väl lämpligast behandlas i samband med kemiska strömkällor. Då detta skett, kunna Kirchhoffs lagar genomgås och inträna. En del andra fenomen, såsom termoelektromotorisk kraft m. m., kunna lämpligen behandlas i detta sammanhang.

Det magnetiska fältet

9. Om man beträffande fälten väljer att börja med det magnetiska eller det elektriska kan kanske vara en smaksak. Det magnetiska ligger ju närmast till hands med hänsyn till det förut genomgångna. Jag börjar därför med detta.

Att införa *båda* fältvektorerna B och H bör nog undvikas. Man väljer då att använda den som är direkt tillgänglig för mätning, nämligen B. Vad denna skall kallas är ju omstritt, men från flera håll (t. ex. Hallén, Elektricitetslära) yrkas på att densamma benämnes *magnetisk fältstyrka*. Jag använder här denna benämning. Vad H-vektorn skall kallas behöver då ej diskuteras nu.

10. Vid den kvantitativa behandlingen kan man utgå från kraften F, som verkar på en strömförande ledare med längden l och strömstyrkan I, som befinner sig i ett magnetfält med styrkan B. Är vinkeln mellan ledarens och fältstyrkans riktningar φ, blir sambandet mellan dessa storheter:

$$F = \text{konst.}\, I l B \sin \varphi$$

Detta samband kan lätt belysas med demonstrations- eller laborationsförsök. Sättes här konstanten dimensionsfri och $=1$ och F, I och l mätas i N, A och m resp., erhålles som enhet för fältstyrka:

$$[B]=\mathrm{N/Am}=\mathrm{Nm/Am^2}=\mathrm{Ws/Am^2}=\mathrm{VAs/Am^2}=\mathrm{Vs/m^2}.$$

Enheten för magnetisk fältstyrka är således *1 voltsekund per kvadratmeter* ($\mathrm{Vs/m^2}$). Voltsekund kallas också *weber* (Wb) och enheten för fältstyrka därför också 1 weber per kvadratmeter ($\mathrm{Wb/m^2}$). Flödet genom en viss yta blir då produkten av ytan och fältstyrkans komposant vinkelrätt mot ytan eller produkten av fältstyrkan och projektionen av ytan på ett mot fältstyrkan vinkelrätt plan. Flödet kan också sägas vara antalet kraftlinjer som gå genom ytan från den ena sidan till den andra. Flödet, som brukar betecknas med Φ, mätes alltså i Vs eller Wb.

Här kan påpekas, att $1\ \mathrm{Vs/m^2}=10^4$ gauss och att $1\ \mathrm{Vs}=10^8$ maxwell. Dessa enheter ur cgs-systemet komma väl fortfarande att ofta påträffas.

11. *Induktionslagen* $E=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, där E betyder inducerad emk och $\Delta\Phi$ betyder flödesändringen eller antalet överskurna kraftlinjer på tiden Δt, ger då samma enhet för flöde, 1 voltsek., som förut härletts (jfr § 10). Lagen kan ju också skrivas $|E|=Blv$, där B är fältstyrkan, l ledarens längd i meter, v ledarens hastighet i meter/sekund och B, l och v ligga utefter axlarna i ett rätvinkligt högersystem. Ur denna lag erhålles också $1\ \mathrm{Vs/m^2}$ som enhet för B. Här kan då visas, att denna överensstämmelse följer av att den tillförda mekaniska effekten vid förflyttning av ledaren måste vara lika med den elektriska effekt, som därvid genereras i ledaren. (Mekaniska effekten$=F\cdot v=$ $=IlBv=$elektriska effekten$=E\cdot I$, varav $|E|=Blv$.)[1]

Exempel 11:1. På den cylindriska rotorn till en elmotor ligga parallellt med rotoraxeln och på avståndet 6 cm från densamma 420 st. ankarledare. Av dessa ligga i varje ögonblick 280 st. under magnetpolerna, där medelfältstyrkan antas vara 0,9 $\mathrm{Vs/m^2}$ (9000 gauss). Ledarnas längd i fältet är 12 cm. Motorns varvtal är 1040 r/min. Strömstyrkan i ankarledningarna är 6 A. Beräkna a) periferikraften, b) vridmomentet, c) effekten, d) den emk som induceras i varje ledare, då den rör sig i fältet.

Lösning: a) Periferikraften$=280\cdot 0{,}9\cdot 0{,}12\cdot 6=181\ \mathrm{N}=17{,}8\ \mathrm{kp}$;
b) vridmomentet$=181\cdot 0{,}06=10{,}9\ \mathrm{Nm}=1{,}07\ \mathrm{kpm}$;
c) effekten$=10{,}9\cdot 2\pi\cdot 1040/60=1180\ \mathrm{Nm/s}=1180\ \mathrm{W}=1{,}6\ \mathrm{hk}$;
d) emk$=0{,}9\cdot 0{,}12\cdot\pi\cdot 0{,}12\cdot 1040/60=0{,}765\ \mathrm{V}$.

12. Det kvantitativa sambandet mellan elektriska strömmar och de med dem förknippade magnetfälten ha ju brukat behandlas i skol-

[1] Se tillägg sid. 36.

kurserna. Åtminstone Biot-Savarts lag med specialfall har genomgåtts. Vid behandlingen av dessa samband skulle enligt Maxwells lag fältvektorn H vara den lämpliga. Man kan emellertid undvika att formellt införa denna genom att återföra den på fältstyrkan B genom sambandet $H=B/\mu$. I MKSA-systemet sättes $\mu=k_m\mu_0$, där μ_0 är en *systemkonstant*, vars storlek och dimension beror på enhetssystemet, och k_m är en *materialkonstant*, som kallas *permeabilitetstalet*. Permeabilitetstalet k_m är en dimensionsfri konstant, vars talvärde är detsamma som talvärdet för permeabiliteten μ i det elektromagnetiska cgs-systemet. För vakuum är $k_m=1$.

Skall detta kapitel behandlas så utförligt, att det ger tillfälle till någorlunda intressanta tillämpningar, förefaller det mig vara bäst att börja med Maxwells lag I eller, som den kanske här hellre bör kallas, *Ampères lag*. Denna kan formuleras på följande sätt: »Man tänker sig följa en sluten bana runt en ström I. För varje delsträcka av banan bildar man produkten av denna sträcka och det omgivande magnetfältets komposant i banans riktning. Dessa produkter divideras med μ_0 och k_m och adderas. Summan är då lika med I.» Om B är fältstyrkan, Δs banelementets längd och φ vinkeln mellan banelementets riktning och fältstyrkans riktning, lyder lagen således:

$$\sum \frac{B\cdot \Delta s\cdot \cos\varphi}{k_m\mu_0}=I$$

Av formeln framgår, att μ_0 har dimensionen Vs/Am.

För en lång rak ledare, omgiven av ett homogent och isotropt medium, blir fältet symmetriskt omkring ledaren och kraftlinjerna cirkulära. Om vi tänka oss följa en cirkulär bana i ett plan vinkelrätt mot ledaren med medelpunkten i ledaren och radien a, är fältstyrkan hela vägen densamma och dess riktning sammanfaller med banans riktning. Alltså:

$$\frac{2\pi a B}{k_m\mu_0}=I, \text{ varur } B=\frac{k_m\mu_0 I}{2\pi a}$$

Om en med den förra parallell, lång rak ledare, också med strömstyrkan I, tänkes placerad i vakuum på avståndet 1 m från densamma, kan kraften mellan dessa beräknas enligt lagen $F=IlB$, och kraften per meter blir då $\mu_0 I^2/2\pi$. Enligt definitionen på ampere (§ 6) skall denna kraft vid strömstyrkan $I=1$ A vara $2\cdot 10^{-7}$ N/m. Då dessa värden jämföras, framkommer värdet på systemkonstanten:

$$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{N/A}^2\ (\text{Vs/Am})$$

Fältstyrkan på avståndet a från en lång rak ledare med strömstyrkan I är alltså

$$B=k_m\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot\frac{I}{2\pi a}\ (\text{Vs/Am}\cdot\text{A/m}=\text{Vs/m}^2)$$

Permeabilitetstalet k_m är t. ex. för luft $1+3\cdot10^{-7}$ och för koppar $1-1\cdot10^{-6}$. Liknande värden nära 1 antar k_m för alla icke ferromagnetiska ämnen. För de ferromagnetiska ämnena, såsom järn, nickel, kobolt och en hel del legeringar, kan permeabilitetstalet anta stora värden. För dessa är dessutom k_m ej konstant, utan dess storlek är beroende av fältets styrka. Storleken kan också bero på om fältstyrkan som förefinnes har uppkommit genom ökning eller minskning av ett föregående värde (hysteres).

Exempel 12:1. En cirkulär ring av trä (toroid) med konstant genomskärning är tätt och likformigt lindad med N varv isolerad koppartråd. Genom tråden går en ström med styrkan I A. Beräkna den magnetiska fältstyrkan på avståndet a m från ringens axel a) inuti lindningen, b) utanför lindningen.

Lösning: På grund av symmetrien och den täta och likformiga lindningen kan fältstyrkan antagas vara densamma i alla punkter på en cirkel, som ligger i ett plan vinkelrätt mot ringens axel och har sin medelpunkt på densamma. För trä är k_m mycket nära=1. Vi välja då en cirkel som den ovannämnda med radien a m och tänka oss följa denna runt. Ligger den inuti lindningen, omsluter vägen NI A. Ligger den utanför lindningen, omslutes ej någon ström.

a) $B=4\pi\cdot10^{-7}NI/2\pi a=2\cdot10^{-7}NI/a$ (Vs/m²); b) $B=0$.

Exempel 12:2. Antag, att träringen i förra exemplet bytes ut mot en likadan ring av järn med permeabilitetstalet k_m. Vad blir nu fältstyrkan inuti lindningen på avståndet a m från axeln?

Lösning: Fältstyrkan blir k_m gånger större. Som exempel kan nämnas, att för dynamoplåt är $k_m=4000$ ett vanligt värde.

13. En cylindrisk spole, som är tillräckligt slank, dvs. vars radie r är liten jämförd med dess längd l, kan behandlas på liknande sätt. Man kan nämligen här antaga att fältstyrkan inuti spolen är konstant=B och utanför så liten att den kan försummas. Antag, att antalet lindningsvarv är N och strömstyrkan I. Enligt Ampères lag är då $Bl/k_m\mu_0=NI$ och alltså

$$B=k_m\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot\frac{NI}{l}$$

På grund av antagandet är denna formel endast approximativ och kan ej användas för en spole, vars radie ej är liten jämförd med längden. Ju mera slank spolen är, desto bättre gäller formeln.

14. *Biot-Savarts lag.* Den magnetiska fältstyrka, som är förknippad med strömmen genom en smal ledare, kan för en punkt utanför ledaren beräknas på följande sätt. Ledaren tänkes uppdelad i små längdelement. Varje element antas ge ett visst tillskott ΔB till fältstyrkan i punkten. Då dessa tillskott sammansättas till en resultant, erhålles fältstyrkan, som strömmen ger i punkten. Enligt Biot-Savarts lag är ΔB i punkten riktad vinkelrätt mot det plan, som kan läggas genom elementet och punkten. Riktningens tecken bestämmes enligt högerskruvregeln, och storleken beräknas ur formeln

$$\Delta B = C \cdot \frac{I \cdot \Delta l \cdot \sin \varphi}{r^2}$$

Här är C en konstant, Δl elementets längd, I strömstyrkan, r längden av en linje, som förbinder elementet med punkten, och φ vinkeln mellan denna linje och elementets riktning. Det gäller nu att bestämma konstanten C. För detta ändamål kan man enligt formeln beräkna fältstyrkan på avståndet a från en lång, rak strömledare och sedan jämföra detta värde med det som förut enligt Ampères lag (§ 12) beräknats för en dylik ledare. Beräkningen av summan kan ske på följande sätt. Strömmen I går genom ledaren L—L (se fig. 1). Fältstyrkan skall beräknas i punkten P på avståndet a från ledaren; r är avståndet från elementet Δl till P. Vinkeln mellan elementet och riktningen från elementet mot P är φ. Alla elementen ge då i P fältstyrkeelement ΔB, som äro vinkelräta mot figurens plan. Följaktligen äro de parallella och kunna adderas algebraiskt. Ur figuren framgår, att då Δl går mot noll, sambandet i limes blir: $\frac{\Delta l \cdot \sin \varphi}{r} = \frac{\Delta x}{a \cdot \sin \varphi}$. Dessutom är $\sin \varphi = \frac{a}{r}$. Alltså: $\Delta l \cdot \sin \varphi = \frac{r^2}{a^2} \cdot \Delta x$. Således blir:

$$C \cdot I \sum \frac{\Delta l \cdot \sin \varphi}{r^2} = \frac{C \cdot I}{a^2} \Sigma \Delta x$$

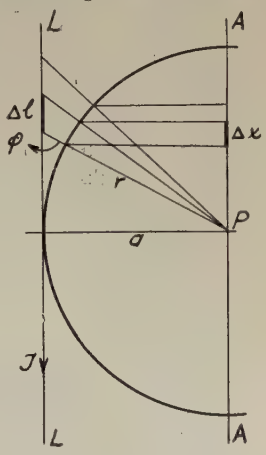


Fig. 1. Beräkning av fältstyrkan i en punkt P på avståndet a från strömledaren L—L; r är avståndet från strömelementet Δl till P.

Summan erhålles sålunda genom att beräkna den på ovanstående sätt konstruerade »projektionen» av strömledaren på diametern A—A. Detta gäller för en strömledare av vilken längd som helst. Då längden

av L—L växer obegränsat åt båda hållen, blir $\Sigma \Delta x = 2a$ och således $B = 2CI/a$. Då detta värde jämföres med värdet enligt Ampères lag (§ 12), erhålles:

$$B = C \cdot \frac{2I}{a} = \frac{k_m \mu_0 I}{2\pi a}, \text{ varur } C = \frac{k_m \mu_0}{4\pi}$$

Sålunda lyder Biot-Savarts lag:

$$\Delta B = \frac{k_m \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l \cdot \sin \varphi}{r^2}$$

Exempel 14:1. Man har en spole i luft bestående av 5 cirkulära varv tunn tråd intill varandra. Radien antas för alla varven vara 20,0 cm, och strömstyrkan är 1,10 A. Beräkna den magnetiska fältstyrkan i spolens centrum.

Lösning: Fältstyrkan är vinkelrät mot spolens plan, och dess styrka är $B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}10 \cdot 2\pi \cdot 0{,}20 \cdot 5}{4\pi \cdot 0{,}20^2} = 1{,}73 \cdot 10^{-5}$ Vs/m². Denna fältstyrka är nära lika med det jordmagnetiska fältets horisontalkomposant.

15. *Induktansen för en ledare.* Varje elektrisk ström är enligt Ampères lag förknippad med ett magnetiskt fält. En ändring av strömstyrkan i en ledare medför då en ändring av fältet kring ledaren. En ändring av fältet kring en ledare inducerar en emk i densamma enligt induktionslagen $E = -\Delta\Phi/\Delta t$ (§ 11). Om nu Φ är en linjär funktion av I, kan man sätta $E = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$, där L är en konstant. Denna konstant kallades förr självinduktionskoefficienten för ledaren. Den kallas nu induktansen. Induktansens storlek är beroende av ledarens konfiguration och det omgivande mediets permeabilitetstal. Ur definitionsekvationen ovan erhålles enheten för induktansen. $[L] =$ Vs/A. Denna enhet kallas 1 *henry* (H).

Beräkningen av induktansen för en ledare är i allmänhet matematiskt besvärlig. Här skall emellertid genomföras en dylik beräkning i ett enkelt fall, där man med lätthet får en approximativ lösning. Det gäller en slank cylindrisk spole med längden l, tätt och regelbundet lindad med N varv tunn tråd. Varje varv har ytan A. Fältstyrkan i denna spole är approximativt $B = k_m \mu_0 NI/l$ (§ 13). Hela flödet genom varje varv är $k_m \mu_0 NAI/l$. Den inducerade emk:n blir $E = -Nk_m \mu_0 NA\Delta I/\Delta t \cdot l$. Genom jämförelse med definitionsekvationen för induktansen erhålles

$$L = k_m \mu_0 N^2 A/l$$

Tydligen får induktansen ett bestämt värde för en given ledare, endast om permeabilitetstalet för omgivningen är oberoende av fältstyrkan.

Exempel 15:1. En slank cylindrisk spole har längden 1,2 m. Den innehåller 4000 varv av tunn tråd i två lager. Varje varv har i medeltal ytan 12 cm². Lindningens resistans är 4,0 Ω. Spolen är omgiven av luft. Beräkna a) spolens induktans, b) den i spolen inducerade emk:n, om strömstyrkan växer likformigt med 1 A på 0,02 s, c) potentialskillnaden mellan lindningens ändpunkter i ett ögonblick, då strömstyrkan är 0,2 A och växer med 50 A/s.

Lösning: a) $L=4000^2 \cdot 0{,}0012 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}/1{,}2=0{,}020$ H; b) $E=0{,}020 \cdot 50=1{,}0$ V; c) $U=1{,}0+4{,}0 \cdot 0{,}2=1{,}8$ V.

16. *Det magnetiska fältets energitäthet.* Om strömstyrkan i en ledare skall ökas från noll till I, måste en viss energimängd tillföras på grund av den motelektromotoriska kraft, som uppkommer genom induktion. Denna energi är $W=\Sigma EI \cdot \Delta t=\Sigma LI \cdot \Delta I$. Summan blir i limes $\frac{1}{2}LI^2$. Denna energi kan anses ligga upplagrad i det magnetiska fältet. Vid den idealiserade anordningen enligt § 13, där ledaren är en slank cylindrisk spole, är fältstyrkan i hela spolen $B=k_m\mu_0 NI/l$, varur $I=Bl/k_m\mu_0 N$. Enligt formeln ovan är $L=k_m\mu_0 N^2 A/l$. Således blir energien $W=\frac{Al}{k_m\mu_0} \cdot \frac{B^2}{2}$. Då Al betyder fältets volym, blir alltså energitätheten i det magnetiska fältet $=\frac{1}{k_m\mu_0} \cdot \frac{B^2}{2}$. Detta för specialfallet i fråga härledda uttrycket kan generaliseras, så att samma uttryck gäller för energitätheten i ett magnetiskt fält i allmänhet.

Exempel 16:1. Beräkna energitätheten i det magnetiska fältet inuti spolen enl. ex. 15:1, då strömstyrkan är 0,2 A.

Lösning: Energitätheten $=\frac{1}{2\mu_0}\left[\frac{\mu_0 \cdot 4000 \cdot 0{,}2}{1{,}2}\right]^2=0{,}28$ Ws/m³.

Det elektrostatiska fältet

17. Beträffande elektrostatiken bör väl början göras med en beskrivande och experimentell framställning av de väsentligaste fenomenen, såsom influens, attraktion och repulsion m. m. I spetsen för den kvantitativa behandlingen ställes mätning av elmängder, upplagrade i kondensatorer. En ballistisk galvanometer med någon anordning, som gör det möjligt att återföra mätningen av statiska elmängder till förut tillämpade metoder för mätning av strömstyrkor, användes. Enhet för elmängd blir tydligen 1 *amperesekund* (As) eller 1 coulomb (C).

18. Begreppet *elektrisk fältstyrka* K definieras sedan till storlek och riktning ur den kraft F, varmed en elmängd Q påverkas i fältet. Sambandet $F=QK$ är då en definitionsekvation för K, och ur densamma erhålles enheten [K] för elektrisk fältstyrka:

$$[K]=N/As=Nm/Asm=VAs/Asm=V/m.$$

Enheten för fältstyrkan blir alltså 1 V/m. Potential och potentialskillnad kan nu sättas i samband med fältstyrka.

Exempel 18:1. En elektron med laddningen $-1{,}602\cdot10^{-19}$ As och den som konstant antagna massan $9{,}108\cdot10^{-31}$ kg antas lämna en glödkatod med hastigheten noll. Under inverkan av en anod, vars potential är 150 V högre än katodens, förflyttas den med accelererad hastighet mot denna anod. Beräkna dess hastighet, då den når anoden, och den tid förflyttningen tar, om avståndet från katoden till anoden är 2 mm.

Lösning: Antag, att hastigheten är v och tiden t. Rörelseenergien är då lika med laddningen×potentialskillnaden, varav $9{,}108\cdot10^{-31}\cdot\frac{1}{2}v^2=1{,}602\cdot10^{-19}\cdot150$; $v=7{,}26\cdot10^6$ m/s. Om fältstyrkan och därmed accelerationen kan antas konstant, blir vägen=halva slufthastigheten×tiden; $t=5{,}51\cdot10^{-10}$ s.

Exempel 18:2. Antag, att i föregående exempel den totala strömstyrkan från anod till katod är 4,5 mA och att elektronernas rörelseenergi, då de träffa anoden, helt övergår till värme. Beräkna den av anoden upptagna värmeeffekten.

Lösning: Effekten $=0{,}0045\cdot150$ W $=0{,}675\cdot0{,}860$ kcal/tim $=0{,}58$ kcal/tim.

19. Vid beräkning av det med en viss elmängd förknippade elektrostatiska fältet skulle ju fältvektorn D (förskjutningen) vara den lämpliga. Man kan emellertid formellt undvika att införa denna genom att återföra den på fältstyrkan K med sambandet $D=\varepsilon K$. Här är ε dielektricitetskonstanten. I MKSA-systemet sättes $\varepsilon=k_e\varepsilon_0$, där ε_0 är en *systemkonstant*, vars storlek och dimension beror på enhetssystemet, och k_e är en *materialkonstant*, som kallas *dielektricitetstalet*. Detta senare är en dimensionsfri konstant, vars talvärde för vakuum är=1 och för ett visst ämne är detsamma som talvärdet för dielektricitetskonstanten i det elektrostatiska cgs-systemet.

Gauss' lag kan då formuleras på följande sätt: »Man tänker sig en sluten yta, som omger en viss elmängd. Ytan tänkes uppdelad i ytelement. För varje element bildas produkten av elementets storlek, den elektriska fältstyrkans med elementets normal parallella komposant, konstanten k och konstanten ε_0. Summan av dessa produkter är då lika med den av ytan omslutna elmängden.» Lagen kan också

formuleras så: »Från en positiv elmängd Q i ett homogent medium utgå alltid $Q/k_e\varepsilon_0$ kraftlinjer, och till en negativ elmängd Q ingå alltid $Q/k_e\varepsilon_0$ kraftlinjer.» Det elektriska flödet Ψ definieras i analogi med det magnetiska flödet. $\Psi = k_e\varepsilon_0 KA$. Enheten blir tydligen 1 As.

Vid en punktformig eller på en sfärisk yta likformigt fördelad elmängd, omgiven av ett homogent och isotropt medium och så långt från andra laddningar, att fältet kring den kan antas symmetriskt, kan alltså fältstyrkan K på avståndet a från centrum ($a \geqq$ den laddade ytans radie) beräknas på följande sätt:

$$4\pi a^2 K = \frac{Q}{k_e\varepsilon_0}, \text{ varur } K = \frac{Q}{4\pi k_e\varepsilon_0 a^2}$$

Systemkonstanten ε_0 kan bestämmas experimentellt (se ex. 21:1) och är $8{,}854 \cdot 10^{-12}$ *As/Vm*. Ur Maxwells ekvationer erhålles det teoretiska sambandet $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1/c$, där c är fashastigheten för en elektromagnetisk våg i vakuum. Då $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, är sålunda $\varepsilon_0 \approx 10^{-9}/36\pi$ ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s). Dielektricitetstalet k_e kan också bestämmas experimentellt (se ex. 21:2). Det är t. ex. för luft 1,0006, för olja 2,3 och för impregnerat papper 3,5—6,0.

Exempel 19:1. Jorden tänkes som en sfär med radien 6400 km. Man antar, att över hela jordytan finnes ett lodrätt nedåt riktat elfält med styrkan 130 V/m. Om detta skall förklaras med att jorden är laddad med en viss elmängd, hur stor skall denna då vara?

Lösning: $-130 = Q/4\pi(6{,}4 \cdot 10^6)^2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}$; $Q = -5{,}9 \cdot 10^5$ As.

20. Om två punktformiga elmängder Q_1 och Q_2 befinna sig på avståndet a från varandra, uppträder mellan dem en attraktions- eller repulsionskraft F. Denna kan nu beräknas. På avståndet a från Q_1 blir fältstyrkan $K = Q_1/4\pi k_e\varepsilon_0 a^2$. Kraften på Q_2 blir då den ömsesidiga kraften, och denna beräknas enligt § 19. Man erhåller då *Coulombs lag:*

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi k_e\varepsilon_0 \cdot a^2}$$

Exempel 20:1. Två små lika stora, tunnväggiga metallkulor, vardera med massan 0,1 g, äro upphängda i var sin lätta tråd, så att de hänga 80,0 cm under en horisontell balk. Då kulorna äro oladdade är avståndet mellan dem 20,0 cm. Då de äro uppladdade med lika stora elmängder av samma tecken, är avståndet 24,8 cm. Tyngdaccelerationen är 9,81 m/s². Beräkna vardera kulans laddning.

Lösning: Kraften mellan kulorna är $0{,}0001 \cdot 9{,}81 \cdot \operatorname{tg}\alpha$ N; $\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha = 2{,}4/80$; $0{,}0001 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}4/80 = Q^2/4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}248^2$; $Q = \pm 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ As.

21. Med kondensator menas en anordning, som kan upptaga en i förhållande till spänningen stor elmängd eller laddning. Laddningen är proportionell mot spänningen. Man definierar begreppet *kapacitans* C som laddning per spänningsenhet. Är laddningen Q och spänningen U, är således $C=Q/U$. Härur erhålles enheten [C] för kapacitans; [C]=As/V. Denna enhet kallas 1 farad (F).

Fig. 2. Beräkning av en kondensators kapacitans. Avståndet mellan plattorna=d; vardera plattans yta=A.

Vi betrakta en kondensator, uppbyggd på följande sätt (fig. 2). Två ledande plattor, parallella och nära intill varandra, skiljas åt av ett mellanrum, lufttomt eller fyllt med luft eller något annat isolerande material (dielektrikum). Den ena plattan är laddad med elmängden $+Q$ och den andra med elmängden $-Q$. På grund av attraktion mellan de oliknämnda elmängderna komma dessa att befinna sig på plattornas insidor och en relativt stor elmängd att erfordras för att spänningen skall stiga till ett visst värde. Om vardera plattans yta är A, avståndet mellan dem d och dielektricitetstalet för mediet mellan plattorna k_e, kan kondensatorns kapacitans C beräknas på följande sätt. Det antas, att plattorna ligga så nära varandra, att fältstyrkan är konstant i hela mellanrummet och riktad vinkelrätt mot plattorna. Detta kan också uttryckas så, att kraftlinjerna äro jämnt fördelade och riktade vinkelrätt mot plattorna. Om spänningen mellan plattorna är U, blir fältstyrkan $K=U/d$. Vi tänka oss nu en rät cylinder med ena basytan i den ena plattan, andra basytan i mellanrummet och generatrisen parallell med kraftlinjerna. I stället för en cylinder kan man ju också tänka sig ett prisma. Då fältstyrkan i den elektriskt ledande plattan är = 0 blir antalet kraftlinjer, som passera genom cylinderns yta = $AK=AU/d$. Enligt Gauss' lag (§ 19) blir alltså elmängden på en platta $+k_e\varepsilon_0 AU/d$ eller $-k_e\varepsilon_0 AU/d$, dvs. kondensatorns laddning är $k_e\varepsilon_0 AU/d$. Denna skall emellertid vara UC. Alltså erhålles kapacitansen:

$$C=k_e\varepsilon_0 A/d$$

Exempel 21:1. En luftkondensator består av två parallella metallplattor, vardera med ytan 2000 cm². Luftmellanrummets tjocklek är 0,40 mm. Denna kondensator uppladdas till 440 V. Då den sedan urladdas genom en ballistisk galvanometer, finner man att laddningen är $1{,}95\cdot10^{-6}$ As. Beräkna härur ε_0.

Lösning: $1{,}95\cdot10^{-6}=440\cdot\varepsilon_0\cdot0{,}20/0{,}40\cdot10^{-3}$; $\varepsilon_0=8{,}9\cdot10^{-12}$ As/Vm (F/m).

Exempel 21:2. Antag att samma mätning utföres för kondensatorn i föregående exempel, då mellanrummet är fyllt med olja, och att laddningen då befinnes vara $4{,}3 \cdot 10^{-6}$ As. Vad är då oljans dielektricitetstal k_e?

Lösning: $k_e = 4{,}3 \cdot 10^{-6} / 1{,}95 \cdot 10^{-6} = 2{,}2$.

22. Den energi, som åtgår för att ladda en kondensator och som alltså får anses upplagrad i densamma, beräknas på följande sätt. För varje liten elmängd, som tillföres, kräves en energimängd lika med produkten av denna elmängd och kondensatorns momentana spänning. Den momentana spänningen är proportionell mot laddningen. Hela energimängden i den laddade kondensatorn är då lika med produkten av laddningen och halva spänningen. Detta beräknas på samma sätt som man beräknar den energi, som åtgår för att pumpa in en viss mängd vatten i en behållare, där trycket är proportionellt mot den vattenmängd den innehåller. För kondensatorn blir sålunda energien W vid laddningen Q och spänningen U: $W = \frac{1}{2}UQ$ eller, då $Q = UC$, $W = \frac{1}{2}CU^2$. För den förut behandlade planparallella kondensatorn blir energien:

$$W = k_e \varepsilon_0 \frac{A}{d} \cdot \frac{K^2 d^2}{2} = k_e \varepsilon_0 \frac{K^2}{2} \cdot V$$

Här är $V = Ad$ = volymen av dielektriket. Energien kan anses upplagrad i dielektriket på grund av i detta rådande fältstyrka. *Energitätheten*, dvs. energien per volymsenhet i detta, är då $\frac{1}{2} k_e \varepsilon_0 K^2$.

Ovanstående resultat kan generaliseras för elektriska fält i allmänhet. Vi få då lagen: I ett elektriskt fält är energitätheten $= \frac{1}{2} k_e \varepsilon_0 K^2$.

Exempel 22:1. Ett 5 m långt och 4 cm brett aluminiumblad lägges på ett något bredare blad av paraffinerat papper med tjockleken 0,08 mm, vars dielektricitetstal är 4,5. Ovanpå detta lägges ett nytt likadant pappersblad och ovanpå detta ett nytt aluminiumblad. Det hela rullas ihop till en rulle med många varv, från vilken utgår en anslutningstråd till vart och ett av aluminiumbladen. Beräkna denna kondensators kapacitans. Trots att plattorna här äro cylindriska, kan man med god approximation betrakta dem som plana. Någon approximation med hänsyn till de innersta och yttersta varven kan tillåtas.

Lösning: I volymen $2 \cdot 5 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}00008$ m³ av dielektriket råder fältstyrkan $U/0{,}00008$ V/m. Energien kan då uttryckas på två sätt:

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{4{,}5 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \cdot U^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}00008}{2 \cdot (0{,}00008)^2},$$

varav $C = 2{,}0 \cdot 10^{-7}$ F $= 0{,}2\ \mu$F.

Magnetostatik

23. Beträffande magnetostatiken skulle man kunna anse, att införandet av *fingerade magnetpoler och magnetismmängder* vore onödigt. De komma väl emellertid ännu en tid att uppträda i litteraturen och kunna kanske därför ej helt förbigås. Begreppet *magnetiskt moment* hänfört till magnetiska poler har ju i varje fall stor användning. Dessa begrepp skulle då i anslutning till det föregående kunna införas på följande sätt.

Det på en strömförande spole i ett magnetfält verkande vridmomentet beräknas. Antag, att vi ha ett varv av en plan rektangulär spole PQRS (fig. 3) med strömstyrkan I. Spolens sidor ha längderna a (=PQ)

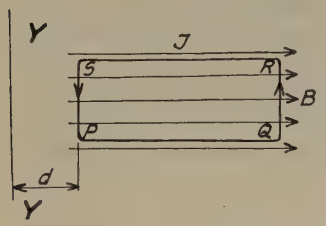


Fig. 3. En rektangulär strömledare PQRS (PQ=a, QR=b) i ett magnetfält med styrkan B. Vridmomentet med avseende på axeln Y—Y i ledarens plan beräknas.

och b (=QR). Spolen omgives av ett homogent magnetfält med styrkan B, vars kraftlinjer äro parallella med sidorna PQ och SR. Ledaren QR påverkas då av en kraft, som är riktad vinkelrätt inåt mot figurens plan, och vars storlek är IbB. Ledaren SP påverkas av en lika stor kraft riktad utåt. Ledarna PQ och RS påverkas ej av krafter. På spolen verkar sålunda ett kraftpar. Vridmomentet, t. ex. med avseende på axeln Y—Y, som ligger i spolens plan, parallell med och på avståndet d från SP, blir då $= IbB(a+d) - IbBd = IBab$. Om spolens yta kallas A, blir alltså vridmomentet IAB. Det kan visas, att denna formel för vridmomentet gäller för en plan, med magnetfältet parallell strömslinga av vilken form som helst kring varje axel i rymden, som är parallell med slingans plan och vinkelrät mot magnetfältet. Det kan också visas, att om slingan vrides så, att normalen mot slingans plan bildar vinkeln φ med fältstyrkans riktning, blir vridmomentet kring varje axel, som är vinkelrät mot normalen till slingans plan och vinkelrät mot magnetfältet, $IAB \sin \varphi$. Storheten IA kallas den strömförande slingans magnetiska moment. Detta betecknas med M, och enheten för detsamma är tydligen 1 amperekvadratmeter (Am^2).

24. Vi beräkna nu momentet för en rak spole med många varv, en s. k. solenoid. Det antas, att spolen har längden l och innehåller N lindningsvarv med ytan A och strömstyrkan I. Om denna spole omgives av ett magnetfält med styrkan B, vars riktning bildar vinkeln φ

med spolens axel, påverkas den av ett vridmoment, som är summan av vridmomenten på de olika varven. Med avseende på en axel, vinkelrät mot magnetfältet och vinkelrät mot spolens geometriska axel, blir enligt § 23 vridmomentet $= NIAB \sin \varphi$. Spolens magnetiska moment är NIA.

Exempel 24:1. En spole har längden 4 cm och 500 lindningsvarv med ytan i medeltal 5 cm² och strömstyrkan 0,5 A. Spolen är fritt rörlig omkring en horisontell axel genom centrumlinjens ena ändpunkt. Spolens massa är 20 g, och dess tyngdpunkt ligger i centrumlinjens mittpunkt. Beräkna styrkan av det horisontella, mot vridningsaxeln vinkelräta magnetfält, som erfordras, för att spolen skall ställa in sig så, att dess centrumlinje bildar vinkeln 20° med lodlinjen. $g = 9{,}81$ m/s².

Lösning: $500 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}0005 \cdot B \cos 20° = 0{,}020 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}02 \sin 20°$;
$B = 0{,}011$ Vs/m².

25. I analogi med elektriska laddningar i elektriska fält kan man tänka sig *hypotetiska magnetismmängder* Q_m,[1] så beskaffade, att en dylik i ett magnetfält B påverkas av en kraft $Q_m B$. En magnetismmängd kan vara positiv eller negativ. I förra fallet verkar kraften i fältets riktning, i senare fallet mot fältets riktning. För spolen i § 24 skulle då i ett magnetfält kunna uppkomma samma vridmoment, om det i stället för ström genom spolen funnes två lika stora magnetismmängder med motsatt tecken. Tänker man sig dessa likformigt fördelade på spolens ändytor, alltså på avståndet l från varandra (fig. 4), blir vridmomentet $= Q_m B l \sin \varphi$. Det vridmoment, som en ström I

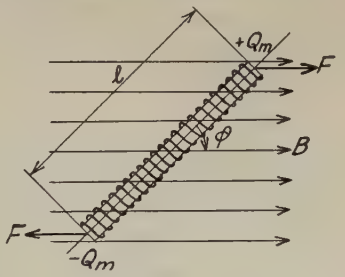


Fig. 4. Vridmomentet på en strömförande spole i ett magnetfält B kan tänkas ha sitt upphov i två lika stora oliknämnda magnetismmängder $+Q_m$ och $-Q_m$.

ger upphov till, blir $= NIAB \sin \varphi$ enligt § 24. Sättas dessa båda värden ekvivalenta, erhålles $Q_m = NIA/l$ och magnetiska momentet $M = Q_m l = NIA$. En magnetismmängd kallas ofta *polstyrka*. I spolens

[1] Storheten Q_m förekommer ej i normhäfte SEN 2-1953 utan har införts här provisoriskt.

ena ände skulle alltså finnas en positiv pol eller nordpol och i dess andra ände en negativ pol eller sydpol. Enheten för polstyrka blir 1 amperemeter (Am).

26. För en *permanent magnet* är det momentet, som kan direkt iakttagas och mätas. Ursprungligen antogs momentet ha sin grund i en sådan polarisation av magneten, att i densamma skulle finnas två lika stora magnetismmängder med motsatt tecken. Dessa tänktes ha sina »tyngdpunkter» i magnetens nordpol och sydpol. Numera anser man, att magnetismen hos ett ämne sammanhänger med roterande elektriska laddningar i ämnets atomer. Dessa verka då analogt med de strömförande lindningsvarven i spolen ovan.

27. Kring en magnet förefinnes ju ett magnetfält liknande det kring en strömförande spole. Vi jämföra dessa fält med varandra. Antag, att vi ha en rak, slank spole, som har längden l, cirkulär genomskärning med ytan A, radien r och N lindningsvarv med strömstyrkan I. Den magnetiska fältstyrka, som denna spole ger i en punkt, kan ju i princip beräknas med hjälp av Biot-Savarts lag. För en punkt P (fig. 5), som ligger på spolens axel och på avståndet a från

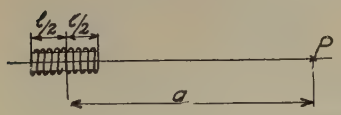


Fig. 5. Den magnetiska fältstyrkan härrörande från en strömförande spole beräknas för punkten P på spolens axel. Spolen är slank och dess längd l liten bredvid avståndet a.

spolens mittpunkt, kan man, under förutsättning att r är litet bredvid l och l litet bredvid a, med hjälp av integralkalkyl beräkna värdet för B. Man får $B=\frac{k_m \mu_0 2NIA}{4\pi a^3}$ och, då spolens moment $M=NIA$, $B=\frac{k_m \mu_0 2M}{4\pi a^3}$.

Vi betrakta nu en magnet med två punktformiga magnetismmängder Q_m på avståndet l från varandra. Vi anta i analogi med Coulombs lag för elektriciteten, att en punktformig magnetismmängd Q_m i en punkt på avståndet r från densamma ger en fältstyrka $B=kQ_m/r^2$, där k är en konstant. Vi beräkna, vad fältstyrkan blir i en punkt P (fig. 6), som ligger på en linje genom polerna och på avståndet a

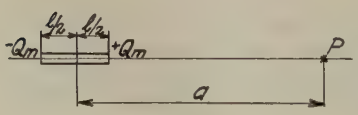


Fig. 6. Den magnetiska fältstyrkan härrörande från en permanent magnet med två punktformiga magnetismmängder $+Q_m$ och $-Q_m$ beräknas för punkten P. Magnetens längd l är liten bredvid avståndet a.

från en punkt mitt emellan dem. Det antas, att l är litet bredvid a. Fältstyrkan blir då

$$B = k \cdot \frac{Q_m}{(a-l/2)^2} - k \cdot \frac{Q_m}{(a+l/2)^2}$$

Om här $l^2/4$ försummas bredvid a^2, erhålles, om momentet $M = Q_m l$, $B = k \cdot \frac{2M}{a^3}$. Skall nu för denna magnet och spolen ovan både fältstyrkan på avståndet a och magnetiska momentet var lika, erhålles

$$k \cdot \frac{2M}{a^3} = \frac{k_m \mu_0 2M}{4\pi a^3}, \text{ varur } k = \frac{k_m \mu_0}{4\pi}$$

Fältstyrkan på avståndet a från en punktformig magnetismmängd Q_m blir då

$$B = \frac{k_m \mu_0 Q_m}{4\pi a^2}$$

Kraften mellan två punktformiga magnetismmängder Q_{m1} och Q_{m2} på avståndet a från varandra kan då beräknas, och vi få *Coulombs lag* för magnetismen:

$$F = \frac{k_m \mu_0 Q_{m1} \cdot Q_{m2}}{4\pi a^2}$$

Exempel 27:1. En kompassnål har längden 6 cm. På avståndet 22 cm från dess mittpunkt och på förlängningen av dess centrumlinje har man uppmätt den magnetiska fältstyrka, som härrör från nålen, till $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ Vs/m^2. Beräkna a) kompassnålens magnetiska moment och b) styrkan av dess magnetpoler, om avståndet mellan dessa antages till 5 cm.

Lösning: a) $1{,}3 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2M}{4\pi (0{,}22)^3}$; $M = 0{,}069$ Am^2; b) $Q_m = 0{,}069/0{,}05 = 1{,}4$ Am.

28. Mycket att beklaga är, att MKSA-systemet, som verkligen tycks ha vissa möjligheter att bli allmänt använt, i fråga om *magnetostatiken* råkat ut för kalamiteten, att enighet ej nåtts i fråga om definitioner och enheter. Det har här uppstått två skolor. Det i det föregående använda systemet, som kan kallas *systemet med strömenheter*, finner man t. ex. i Sommerfeld, Vorlesungen über theoretische Physik III, Leipzig 1949; Stratton, Electromagnetic theory, New York 1941; Hallén, Elektricitetslära, Stockholm 1953. Det andra systemet, som kan kallas *systemet med flödesenheter*, finner man t. ex. i Pohl, Einführung in die Elektrizitätslehre, Berlin 1944; Sears, Principles of Physics, Cambridge, Mass. 1942; Bjerge, Elektricitet og Magnetisme,

Köpenhamn 1951. — Svenska elementära läroböcker, där MKSA-systemet användes, äro H. Bohlin, Elektricitetslära och elektroteknik, Stockholm 1954; E. T. Glas, Likströmslära, Stockholm 1954.

Skillnaden mellan dessa system är i korthet följande. I strömenhetssystemet definierade vi magnetismmängden Q_m genom följande samband med kraften F, som verkar på densamma i ett magnetfält med styrkan B: $F=Q_m B$. I enlighet härmed blir enheten $[Q_m]=\mathrm{Nm/Vs}=\mathrm{Am}$ (jfr § 25). I flödesenhetssystemet sättes $F=Q_m H$, dvs. $F=Q_m B/k_m \mu_0$. Detta leder till enheten 1 Vs för Q_m. Magnetismmängd mätes alltså med samma enhet som magnetiskt flöde. Enligt denna senare definition blir då fältstyrkan B på avståndet a från magnetismmängden Q_m bestämd ur $B=Q_m/4\pi a^2$, och Coulombs lag för magnetismen blir (jfr § 27):

$$F=\frac{Q_{m1}\cdot Q_{m2}}{4\pi k_m \mu_0 a^2}$$

Dessa olika enheter för magnetismmängd eller polstyrka leda till olika enheter för magnetiskt moment och magnetisk susceptibilitet. Vilka utsikter det ena eller andra systemet nu har att bli allenarådande, känner jag ej till. Ett inlägg i diskussionen av dessa definitioner har gjorts av J. O. Linde, Elementa *35*, 33, 1952.

29. Frågan om *rationalisering* eller icke rationalisering, som också varit mycket diskuterad, tycks emellertid ha blivit lyckligt löst. I samband med MKSA-systemet användes nu, så vitt jag vet, genomgående rationaliserade enheter. Skillnaden mellan dessa och de »konventionella», vilka senare oftast använts i samband med cgs-systemet, är i korthet följande. Vid rationaliserat system lyder Gauss' lag $\Sigma k_e \varepsilon_0 \cdot \Delta A \cdot K \cdot \cos\varphi = Q$ (§ 19) och Ampères lag $\Sigma B \cdot \Delta s \cdot \cos\varphi / k_m \mu_0 = I$ (§ 12). Vid icke rationaliserat system skulle i högra leden stått resp. $4\pi Q$ och $4\pi I$. Om enheterna för elmängd och strömstyrka skola vara lika i båda systemen, kunna enheterna för K och B bibehållas endast genom ändring av systemkonstanterna ε_0 och μ_0.

Tillägg till § 11 sid. 22: Induktionslagen kan tydligen också läggas till grund för definitionen av enheten för magnetiskt flöde. Den så erhållna definitionen, som ju direkt följer ur Maxwells grundekvation, får väl anses vara den fundamentala. Ur denna kan sedan med hjälp av energiprincipen konstanten i lagen om kraftverkan på en strömledare härledas. Jag föreställer mig emellertid, att den ovan använda vägen, med hänsyn till lärogången och i någon mån med hänsyn till analogien med definitionen för elektrisk fältstyrka, kan ha vissa fördelar vid elementär undervisning.

Lika potenssummor

Av lektor Agne Wahlgren, Stockholm

Beteckningen

$$a_1, a_2, \ldots a_n \overset{r}{=} b_1, b_2, \ldots b_n \tag{1}$$

innebär, att

$$\sum_i a_i^k = \sum_i b_i^k \text{ för } k=1, 2 \ldots r.$$

I Dickson—Bodewig, Einführung in die Zahlentheorie (Leipzig—Berlin 1931) visas, att talen 1—32 kunna fördelas i 4 grupper med 8 tal, som satisfiera (1) för $r=2$ dvs. ha samma summa och samma kvadratsumma. Här skall problemet behandlas fullständigare och ett flertal uppdelningar framställas. Eftersom summan av alla 32 talen är 528 och kvadratsumman är $\frac{1}{6} \cdot 32 \cdot 33 \cdot 65 = 11\,440$, skall summan för varje grupp G vara 132 och kvadratsumman 2860. Vi kalla två tal komplementära, om deras summa är 5. Är det ena talet a, betecknas det andra med a'. Vi bilda talparen

$$a_{ij} = 4i+j, \quad b_{ij} = 4(m+i)+j' \tag{2}$$

där vi skola ge m fyra olika värden. Om $C=4m+5$, blir $b_{ij}=4i-j+C$

$$A_i = a_{ij}+b_{ij} = 8i+C$$

$$B_{ij} = a_{ij}^2+b_{ij}^2 = 32i^2+2j^2+2C(4i-j)+C^2$$

1. $m=4$.

Vi välja (i, j) så, att mot $i=0, 1, 2, 3$ svarar $j=$en godtycklig permutation f, g, h, k av talen 1, 2, 3, 4. Om talraden 1—32 uppdelas i 8 intervall $A_0, A_1, \ldots A_7$ med vardera 4 tal, falla de fyra a_{ij} inom var sitt intervall A_0, A_1, A_2, A_3 och de fyra b_{ij} inom var sitt av de återstående. Den av dessa åtta tal bildade gruppen betecknas med $(fghk)$, Så t. ex. är $(1234)=1\ 6\ 11\ 16\ 20\ 23\ 26\ 29$. I varje grupp blir summan av talen

$$S_1 = \sum A_i = 8 \cdot 6+4 \cdot 21 = 132.$$

Och eftersom alla j-värdena äro olika, blir kvadratsumman

$$S_2 = \sum B_{ij} = 32 \cdot 14+2 \cdot 30+42(4 \cdot 6-10)+4 \cdot 441 = 2860.$$

2. $m=2$.

Väljes $i=0, 1, 4, 5$, $j=$en permutation av 1, 2, 3, 4, falla a_{ij} inom A_0, A_1, A_4, A_5 och b_{ij} inom A_2, A_3, A_6, A_7. Man får $S_1=8\cdot10+4\cdot13=132$

$$S_2=32\cdot42+2\cdot30+26(4\cdot10-10)+4\cdot169=2860$$

3. $m=1$.

Väljes $i=0, 2, 4, 6$ och j som förut, falla a_{ij} inom A_0, A_2, A_4, A_6 och b_{ij} inom A_1, A_3, A_5, A_7. Man får $S_1=8\cdot12+4\cdot9=132$

$$S_2=32\cdot56+2\cdot30+18(4\cdot12-10)+4\cdot81=2860.$$

4. $m=0$.

Väljes a) $i=0, 3, 5, 6$ eller b) $i=1, 2, 4, 7$, falla både a_{ij} och b_{ij} inom A_0, A_3, A_5, A_6 eller inom A_1, A_2, A_4, A_7. I båda fallen blir

$$S_1=8\cdot14+4\cdot5=132$$
$$S_2=32\cdot70+2\cdot30+10(4\cdot14-10)+4\cdot25=2860.$$

Se vi till en början på de tre första fallen, erhållas tre serier T_ν av grupper, vilka efter j:s permutationer betecknas med $(fghk)_\nu$. Antalet grupper inom varje T_ν blir=antalet permutationer av $j=24$. Men två grupper i olika T_ν kunna vara lika. I gruppen $(f_1g_1h_1k_1)_1$ äro talen $\equiv$ $\equiv f_1, g_1, h_1, k_1, f_1', g_1', h_1' k_1'$ (mod 4). Ordnas talen i $(f_2g_2h_2k_2)_2$ efter växande storlek, bli de $\equiv f_2, g_2, f_2', g_2', h_2, k_2, h_2', k_2'$. För att de båda grupperna skola sammanfalla, fordras

$$f_1=f_2=h_1'=h_2'=f, \qquad g_1=g_2=k_1'=k_2'=g$$

Grupperna kunna då skrivas $(fgf'g')_1=(fgf'g')_2$ (3)

På samma sätt finner man

$$(ff'gg')_2=(ff'gg')_3, \qquad (ff'gg')_1=(fgf'g')_3$$

De grupper, som endast tillhöra ett T_ν, äro således de, som ha formen $(fgg'f')_\nu$. Då f och g ej få vara komplementära, kan f, g för vardera av de tre likheterna väljas på 8 olika sätt. Verkliga antalet olika grupper blir då $3\cdot24-3\cdot8=48$.

Vi övergå till fallet $m=0$. Om man vid gruppens beräkning enligt (2) utbyter $j=3$ och 4 mot 2 och 1, byta a_{ij} och b_{ij} plats och gruppen blir oförändrad. Vardera serien T_4 och T_5, svarande mot a) och b), har därför endast 6 grupper: (1122), (2211), (1212), (2121), (1221), (2112). Totala antalet grupper är således $48+2\cdot6=60$.

På hur många sätt kan man utvälja 4 av dessa grupper, så att de innehålla alla talen 1—32? Om grupperna tillhöra samma T_ν ($\nu=1$, 2 eller 3), måste j:s permutationer väljas så, att ej två f, g, h eller k bli lika. Om permutationerna skrivas som rader i en kvadrat, får

således ej samma tal ingå två gånger i någon rad eller kolumn. Vi kunna alltid välja gruppernas ordningsföljd så, att f-värdena bli i ordning 1, 2, 3, 4. Vidare välja vi till en början första gruppen=(1234). Ger man sedan andra gruppens g successivt värdena 1, 3 och 4, finner man lätt följande möjliga kvadrater

$$\begin{array}{cccc} 1\,2\,3\,4 & 1\,2\,3\,4 & 1\,2\,3\,4 & 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,4\,3 & 2\,1\,4\,3 & 2\,3\,4\,1 & 2\,4\,1\,3 \\ 3\,4\,1\,2 & 3\,4\,2\,1 & 3\,4\,1\,2 & 3\,1\,4\,2 \\ 4\,3\,2\,1 & 4\,3\,1\,2 & 4\,1\,2\,3 & 4\,3\,2\,1 \end{array} \qquad (4)$$

Men här kunna de tre sista kolumnerna permuteras godtyckligt, vilket ger 6 olika permutationer för varje kvadrat och således för varje T_r 24 olika uppdelningar av talen 1—32 i 4 grupper G. En dylik uppdelning kan vara gemensam för T_1 och T_2, om nämligen dess fyra G äro valda bland de åtta, som äro gemensamma för T_1 och T_2. Då vi i kvadraterna (4) ha tänkt oss första kolumnen orubbad, skall således genom permutation av övriga kolumner den tredje få siffrorna 4, 3, 2, 1. Detta inträffar med två fall i första och två i fjärde kvadraten. På samma sätt finner man 4 uppdelningar gemensamma för T_2 och T_3 och 4 för T_1 och T_3.

Men man kan även välja två grupper ur en och två ur en annan serie. Jag förbigår en detaljerad och enformig undersökning av dessa fall och anför endast de nya uppdelningarna:

$$(fgg'f')_1,\ (gff'g')_1,\ (f'g'gf)_2,\ (g'f'fg)_2;$$
$$(fg'gf')_2,\ (gf'fg')_2,\ (f'gg'f)_3,\ (g'ff'g)_3;$$
$$(fg'gf')_1,\ (gf'fg')_1,\ (f'g'gf)_3,\ (g'f'fg)_3,$$

där $(f, g)=(1,2)$, $(1,3)$, $(2,4)$, $(3,4)$. Antalet uppdelningar i grupper, tillhörande T_1, T_2 och T_3 blir således $3\cdot 24-3\cdot 4+3\cdot 4=72$.

Ur T_4 och T_5 kan man utvälja fyra grupper med alla talen olika, om man kombinerar ett av paren $(1122)_4$ och $(2211)_4$, $(1212)_4$ och $(2121)_4$, $(1221)_4$ och $(2112)_4$ med vilket som helst av de likartade paren i T_5. Man får därigenom 9 uppdelningar. Slutligen erhållas följande kombinationer av grupper ur T_4 och T_5 med grupper ur T_1, T_2 och T_3.

$$(ffgg)_4,\ (ffgg)_5,\ (gg'hh')_3,\ (g'gh'h)_3;$$
$$(fggf)_4,\ (fggf)_5,\ (ghh'g')_3,\ (g'h'hg)_3;$$
$$(fgfg)_4,\ (fgfg)_5,\ (ghg'h')_3,\ (g'h'gh)_3;$$
$$(ffgg)_4,\ (ggff)_5,\ (ghh'g')_1,\ (g'h'hg)_1;$$
$$(fgfg)_4,\ (gfgf)_5,\ (ghh'g')_2,\ (g'h'hg)_2;$$
$$(fggf)_4,\ (gffg)_5,\ (ghg'h')_1,\ (g'h'gh)_1.$$

I dessa grupper är $f, g=1,2$ eller $2,1$ och $h=f$ eller f'. Tillsammans ge de således 24 uppdelningar. Totala antalet blir då $72+9+24=105$.

Ha några av grupperna samma kubsumma? För att undersöka detta bilda vi

$$a_{ij}^3+b_{ij}^3=(\overline{4i+j})^3+(\overline{4i-j}+C)^3$$
$$=128i^3+24ij^2+3C(16i^2-8ij+j^2)+3C^2(4i-j)+C^3$$
$$S_3=K-48H, \text{ där } H=\sum i\cdot\tfrac{1}{2}j(C-j)$$

och K för grupper inom resp. T_1, T_2 och T_3 blir

$$K_1=128\cdot 36+63(16\cdot 14+30)+3\cdot 441(4\cdot 6-10)+4\cdot 21^3=76176$$
$$K_2=128\cdot 190+39(16\cdot 42+30)+3\cdot 169(4\cdot 10-10)+4\cdot 13^3=75696$$
$$K_3=128\cdot 288+27(16\cdot 56+30)+3\cdot 81(4\cdot 12-10)+4\cdot 9^3=74016$$

Jag förbigår grupperna i T_4 och T_5; deras S_3 äro alla olika och i T_4 mindre, i T_5 större än övriga gruppers S_3.

För grupper inom samma T_v fordras, att de ha samma H-värde. Ordnas H efter växande j och sättes $i_j=2r_j$ i H_3, erhålles

$$H_1=10i_1+19i_2+27i_3+34i_4=19\cdot\ 6-9i_1+8i_3+15i_4$$
$$H_2=\ 6i_1+11i_2+15i_3+18i_4=11\cdot 10-5i_1+4i_3+\ 7i_4$$
$$H_3=\ 8r_1+14r_2+18r_3+20r_4=14\cdot\ 6-6r_1+4r_3+\ 6r_4$$

där i_j i H_1 och r_j äro permutationer av 0, 1, 2, 3 och i_j i H_2 en permutation av 0, 1, 4, 5. För två grupper inom T_1 blir villkoret, om i för den andra gruppen utbytes mot k

$$9(i_1-k_1)=8(i_3-k_3)+15(i_4-k_4)$$

Här fordras $i_3-k_3\equiv 0 \pmod 3$. Med hänsyn till att alla i_j liksom alla k_j skola vara olika, att $i_j=k_j$ ej får gälla för mer än ett j samt att i och k kunna byta plats, får man endast en lösning

$$i_3-k_3=3,\quad i_1-k_1=1,\quad i_4-k_4=-1$$

som ger $i_3=3$, $k_3=0$, $i_1=2$, $k_1=1$, $i_4=1$, $k_4=2$, $\because i_2=0$, $k_2=3$
Mot i och $k=0, 1, 2, 3$ svarar således $j=2, 4, 1, 3$ och $3, 1, 4, 2$ och S_3 blir lika för $(2413)_1$ och $(3142)_1$.

För två grupper inom T_2 blir villkoret

$$5(i_1-k_1)=4(i_3-k_3)+7(i_4-k_4)$$

Eftersom i- och k-värdena äro 0, 1, 4, 5 är $i_j-k_j\neq\pm 2$. Man får lösningarna $i_1-k_1=1$, $i_3-k_3=-4$, $i_4-k_4=3$

$$i_4=4,\ k_4=1,\ i_3=1,\ k_3=5,\ i_1=5,\ k_1=4,\ \because i_2=k_2=0$$
eller $i_3=0,\ k_3=4,\ i_1=1,\ k_1=0,\ \because i_2=k_2=5$

$i_1-k_1=3$, $i_3-k_3=-5$. $i_4-k_4=5$

$$i_1=4,\ k_1=1,\ i_3=0,\ k_3=5,\ i_4=5,\ k_4=0,\ \because i_2=1,\ k_2=4$$

Då är S_3 lika för $(2341)_2$ och $(2413)_2$, $(3142)_2$ och $(1432)_2$, $(3214)_2$ och $(4123)_2$.

För två grupper inom T_3 får man

$$-6(r_1-s_1)+4(r_3-s_3)+6(r_4-s_4)=0$$
$$2(r_3-s_3)=3(\overline{r_1-r_4}-\overline{s_1-s_4})$$
$$r_3-s_3=0,\quad r_1-r_4=s_1-s_4=\pm 1$$

eller

$$r_3-s_3=3,\quad r_1-r_4=s_4-s_1=+1$$

vilket ger följande lösningar

r_3	s_3	r_1	r_4	s_1	s_4	r_2	s_2
3	3	2	1	1	0	0	2
		1	2	0	1	0	2
0	0	3	2	2	1	1	3
		2	3	1	2	1	3
3	0	2	1	2	3	0	1
				1	2	0	3
		1	0	2	3	2	1
				1	2	2	3

Således blir S_3 lika för de fyra grupperna $(2413)_3$, $(4123)_3$, $(3214)_3$ och $(3142)_3$ samt för $(2143)_3$ och $(1423)_3$, $(3241)_3$ och $(3412)_3$.

För att grupper ur olika T_ν skola få samma S_3, fordras

$$H_\nu-H_\mu=\tfrac{1}{48}(K_\nu-K_\mu)=10, 35, 45 \text{ för } (\nu,\mu)=(1,2),(2,3),(1,3).$$

Vi antaga till en början, att vardera gruppen tillhör ett enda T_ν och således har formen $(fgg'f')_\nu$. Då får man

$$H_1=10i_1+19i_2+27(3-i_2)+34(3-i_1)=183-24i_1-8i_2$$
$$H_2=6k_1+11k_2+15(5-k_2)+18(5-k_1)=165-12k_1-4k_2$$
$$H_3=8r_1+14r_2+18(3-r_2)+20(3-r_1)=114-12r_1-4r_2$$

Villkoret $H_1-H_2=10$ ger $2(3i_1+i_2)-(3k_1+k_2)=2$

Emedan $i_1+i_2\neq 3$, $k_1+k_2\neq 5$, erhålles endast

$3i_1+i_2$	$3k_1+k_2$	i_1	i_2	k_1	k_2
3	4	1	0	0	4
9	16	2	3	5	1

Alltså är S_3 lika för $(2143)_1$ och $(1342)_2$ samt för $(3412)_1$ och $(4231)_2$.

Villkoret $H_2-H_3=35$ ger $3k_1+k_2=3r_1+r_2+4$

Beräknar man $3k_1+k_2$ och $3r_1+r_2$ för de 8 tillåtna värdeparen (k_1, k_2) resp. (r_1, r_2), finner man, att ekvationen ej ger någon lösning.

Villkoret $H_1-H_3=45$ ger $2(3i_1+i_2)=3r_1+r_2+6$

varav

$$3i_1+i_2=3r_1+r_2=6$$

$$i_1, i_2=2, 0 \text{ eller } 1, 3 \quad \text{och} \quad r_1, r_2=2, 0 \text{ eller } 1, 3$$

Alltså är S_3 lika för de fyra grupperna $(2413)_1$, $(3142)_1$, $(2413)_3$, $(3142)_3$.

Nu återstå de fall, då den ena gruppen tillhör ett enda T_r, men den andra är gemensam för de båda andra T_r. De behandlas på samma sätt. Men jag förbigår dem här, då jag funnit, att de ej ge några nya lösningar.

Slutligen finner man genom direkt uträkning, att bikvadratsumman blir lika för $(2413)_1$ och $(3142)_1$, $(2413)_3$ och $(3142)_3$, $(3214)_3$ och $(4123)_3$. De funna resultaten kunna skrivas [obs! grupperna $(3214)_2$ och $(4123)_2$ äro identiska med $(3214)_3$ och $(4123)_3$]

2 8 9 15 19 21 28 $30 \overset{4}{=} 3$ 5 12 14 18 24 25 $31 \overset{3}{=}$

$\overset{3}{=} 2$ 7 12 13 17 24 27 $30 \overset{4}{=} 3$ 6 9 16 20 21 26 $31 \overset{3}{=}$

$\overset{3}{=} 3$ 6 10 15 17 24 28 $29 \overset{4}{=} 4$ 5 9 16 18 23 27 30;

2 7 11 14 20 21 25 $32 \overset{3}{=} 2$ 8 11 13 17 23 28 30

3 5 10 16 20 22 25 $31 \overset{3}{=} 1$ 8 12 13 19 22 26 31

2 7 9 16 20 21 27 $30 \overset{3}{=} 1$ 8 12 13 18 23 27 30

3 6 10 15 20 21 25 $32 \overset{3}{=} 3$ 6 12 13 17 24 26 31

2 5 12 15 19 24 25 $30 \overset{3}{=} 1$ 7 12 14 18 24 27 29

3 8 9 14 18 21 28 $31 \overset{3}{=} 4$ 6 9 15 19 21 26 32

I de sex sista likheterna ingå ett par av talen i båda grupperna. De kunna naturligtvis strykas, så att man får likheter mellan grupper av endast 6 tal. Även i de första likheterna kunna vi välja ut grupperna parvis och stryka två tal i varje grupp. Dock gäller detta ej om de grupper, som ha samma S_4.

Notiser

Thévenins sats

Det av O. Olsson i Elementa *37* (1954) 256 behandlade problemet om »Ersättningsemk och ersättningsresistans» är, såsom angavs i notisen, ett specialfall av en allmän sats, Thévenins teorem. Då man kan förmoda, att åtskilliga av Elementas läsare ej känna denna sats, återges den här.

I ett slutet strömnät med konstanta emk och konstanta resistanser äro A och B två punkter, mellan vilka råder spänningen $V_A - V_B = E > 0$. Förenas dessa punkter med en emkfri ledare L, vars resistans är R, så genomflytes den av en ström i riktningen $A \rightarrow B$ med styrkan $I = E : (R^* + R)$, där R^* är nätets ersättningsresistans mellan A och B.

Detta är Thévenins sats i dess enklaste form.

Beviset bygger på superpositionsprincipen, som har följande innebörd. I ett nät av ifrågavarande slag med n branscher verkar i den ν:te branschen en emk E_ν ($\nu = 1, 2, \ldots n$). Strömfördelningen regleras enligt Kirchhoffs lagar. Det ekvationssystem, som dessa föranleda, är homogent av första graden i alla E_ν och alla strömstyrkor I_ν ($\nu = 1, 2, \ldots n$). Betrakta nu en sådan bransch, den ν:te. Om E_r tänkes verka ensam, blir strömstyrkan $i_{r\nu}$ i denna bransch. Till följd av homogeniteten fås då, att

$$I_\nu = \sum_{r=1}^{n} i_{r\nu}$$

där naturligtvis hänsyn tagits till riktningen.

Tänker man sig nu i L en emk $-E$, som precis kompenserar spänningen $V_A - V_B$, skulle ingen förändring ske i nätet, när L tillkopplas. Men denna $-E$ skulle, om $E_1, \ldots E_n$ vore overksamma, sända en ström genom L från B till A med styrkan $E : (R^* + R)$. Följaktligen flyter enligt nyssnämnda princip, när $-E$ är obefintlig, en ström genom L från A till B av just denna storlek. Gentemot L fungerar alltså nätet som ett (ersättnings)element med polerna A och B, emk $E = V_A - V_B$ (före inkopplingen av L) och inre resistansen R^*. Innehåller L en emk E', kan det hela uppfattas som två seriekopplade element: (E, R^*) och (E', R).

Så framställes Thévenins sats i J. Lemoine/J. Guyot, Cours de physique, Paris, 1934. Av Erik Hallén, Elektricitetslära [1] (sid. 286) erfar man emellertid, att dess räckvidd är betydligt större. Dels gäller nämligen superpositionsprincipen i likströmsnät ej endast strömstyrkor utan även spänningar, dels kan den — om den komplexa metoden användes — även tillämpas på växelströmmar och växelspänningar. Teoremet får då, särskilt i förening med reprocitetssatsen (l. c. sid. 284), viktiga tekniska användningar, varpå flera slående exempel ges (l. c.).

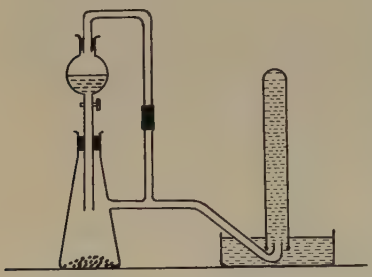
Professor Hallén anför Thévenins originalmeddelande (1883) men påpekar, att Helmholtz angav satsen redan 1853. I vårt fall innebär det generella teoremet att den förändring i strömstyrkan genom en bransch i nätet eller i spänningen mellan två nätpunkter, som åtföljer inkopplingen av L, består i överlagring av den ström resp. spänning som emk $+E$ i L skulle förorsaka på resp. ställen, om nätets elektromotoriska krafter vore overksamma. Och beviset kräver utöver superpositionsprincipen endast tankeexperimentet: Inkopplingen av L göres i två etapper, först L med emk $-E$ som ovan, sedan $+E$ i L.

Josef Andersson

[1] Stockholm, 1953. Eget förlag. Se Elementa *36* (1953) 173.

Apparat för bestämning av ekvivalentvikter

En väteutdrivande metalls ekvivalentvikt bestämmes genom att man löser upp en viss viktsmängd av metallen i utspädd saltsyra och mäter den utvecklade vätegasvolymen samt beräknar dess vikt. Härvid måste man i allmänhet korrigera för volymen av den tillsatta syran, som ökar gasvolymen med samma belopp. Denna korrektion undvikes genom att man företar bestämningen i en apparat enligt figuren.



Kolven beskickas med den avvägda metallmängden och tratten med ett överskott av syra. Avledningsröret mynnar under det vattenfyllda mätröret. Då kranen öppnas och syran rinner ned, ersättes den av en lika stor luftvolym ur kolven; syran har sålunda praktiskt taget volymen noll, och en korrektion för den blir överflödig. En förutsättning är dock att temperaturen hålles något så när konstant. — Den så erhållna gasmängden kan omedelbart reduceras till normalvolym, varefter ekvivalentvikten beräknas ur erhållna data. *W. Schock*

Om härledningen av gitterekvationen

I åtskilliga läroböcker deduceras gitterekvationen i anslutning till en schematisk figur föreställande ett transmissionsgitter, där de ljusgenomsläppande områdena (»spalterna» med bredden b) ritas lika breda som de mellanliggande ogenomskinliga, med andra ord där gitterkonstanten $k=2b$. På ena eller andra sättet kommer man så fram till spektra av stigande ordning. Men härtill borde fogas den (oftast uteblivande) anmärkningen att ett gitter ritsat enligt figuren *ej skulle ge några spektra alls av ordningarna* 2, 4, ..., $2n$. Om man nämligen betraktar kohärenta parallella strålar av sådan riktning att homologa strålar från två angränsande spalter ha vägskillnaden $2n\lambda$, så blir denna skillnad för randstrålarna från samma spalt $n\lambda$. Uppdelas då spalten i n st. lika delspalter, så komma strålarna från vardera hälften av en sådan del att utsläcka varandra två och två, emedan vägskillnaden är $\lambda : 2$. Intensiteten av det ljus, som förväntas komma från hela spalten i ifrågavarande riktning, är alltså ingen och detsamma gäller för hela gittret, ty härvidlag är $\infty \cdot 0 = 0$. Vore i stället $k=r \cdot b$, $r=3, 4, \ldots$, skulle spektra av ordningarna r, $2r$, ... lysa med sin frånvaro. För $k=\bar{r} \cdot b$, där $\bar{r}$ ligger nära ett helt tal $\geqq 2$, skulle spektra av vissa ordningar te sig abnormt svaga i jämförelse med de

omkringliggande, en iakttagelse som ibland kan göras beträffande ett eller annat spektrum med skolornas laborationsgitter. — Ovanstående rader, som dikteras av lång erfarenhet från studentexamina, visa, att en gitterteori, som vill vara något så när fullständig, ej kan underlåta att taga hänsyn till (åtminstone det Frauenhoferska fallet av) ljusets böjning vid *en* smal springa. Av en uttömmande teori kräves ytterligare åtskilligt. — Vid elementär undervisning torde man få inskränka sig till härledningen av gitterekvationen för det fall, då spaltbredden är mycket mindre än gitterkonstanten.

Josef Andersson

Faktorer till talen n! ± 1 och $P_n \pm 1$

där P_n betecknar produkten av de n första primtalen, äro av ett visst intresse. (Från Euklides' bevis för att det finns oändligt många primtal igenkännes P_n+1, men uppenbart kunna de tre övriga talen användas för analoga bevis.) En faktortabell för dessa tal ($>10^7$) tycks inte finnas i litteraturen före 1948. Avsikten med dessa rader är därför att fästa uppmärksamheten på en dylik tabell av M. Kraitchik i Scripta Mathematica *14* (1948) 24—26. Tabellen ger samtliga primfaktorer för $n \leqq 22$, 21, 16, 15 resp. och ett 40-tal små faktorer för högre n-värden. Följande exempel må anföras:

$$17!+1 = 661 \cdot 537913 \cdot 1000357 \qquad P_{12}+1 = 181 \cdot 60611 \cdot 676421$$
$$19!-1 = 653 \cdot 2383907 \cdot 78143369 \qquad P_{11}-1 = 228737 \cdot 876817$$

Man har funnit ett fel i tabellen. Det gäller talet $(18!-1)/59$, som uppges som primtal men är delbart med 226 663.

G. Danielsson

Aktuellt

Kemistdagar i organisk kemi i Göteborg

På initiativ av Svenska Kemistsamfundet anordnades i Chalmers tekniska högskola i Göteborg den 10—12 januari 1955 tre kemistdagar i organisk kemi. Konferensen hade på ett utmärkt sätt organiserats av professorn i organisk kemi vid högskolan Erich Adler, som även på ett förnämligt och medryckande sätt ledde dagarna. Konferensen, som besöktes av ej mindre än ca 140 deltagare, blev en stor framgång och allmänt uttalades den önskan, att liknande kemistdagar snart åter skulle anordnas. Ett mycket stort antal deltagare från de tekniska högskolorna och industriernas vetenskapliga laboratorier hade infunnit sig. Det var av stort intresse att kunna konstatera, vilken allt större betydelse dessa institutioner fått även för den rent vetenskapliga forskningen, och det framgångsrika arbete, som där bedrivs.

Konferensen omfattade dels fem längre, mycket uppmärksammade översiktsföredrag, dels ett 30-tal kortare redogörelser, alla följda av värdefulla diskussioner. Det första längre föredraget hölls av professor Erik Larsson från Lund, som redogjorde för den kiselorganiska kemins nuvarande läge och för de arbeten, som på detta område voro i gång på hans institution. Utgångssubstansen för dessa föreningar är silan, SiH_4. I denna förening kan vätet ersättas med olika organiska radikaler. Kiselorganiska föreningar ha på senare tid även fått stor praktisk betydelse för tillverkning av de värdefulla silikonplatserna. Professor Arne Fredga från Uppsala beskrev sina intressanta arbeten över olika naturprodukters stereoisomera byggnad. Därefter följde två lärda föredrag av docenterna Lars Melander och Stig Sunner. Den förra talade om »väteutbyte såsom elektrofil aromatisk substitution», den senare om »energiförhållandena hos normala och icke normala organiska molekyler».

Det sista översiktsföredraget var ur såväl vetenskaplig som praktisk-medicinsk synpunkt intressant. Tekn. dr Rikard Dahlbom redogjorde i detta för sina undersökningar över »farmakologiskt intressanta fentiazinföreningar». Föredraganden hade framställt en del sådana föreningar. Vissa av dessa visade sig ha värdefulla antihistaminverkningar, andra åter kunna användas som motgift mot nervgasförgiftning vid kramper.

Även de kortare föredragen voro av stort intresse. Det var glädjande att kunna konstatera med vilken elegans och säkerhet många av de yngre kemisterna redogjorde för sina forskningar. Föredragen voro alltför många för att kunna refereras, endast några av mera allmänt intresse skola nämnas. Så redogjorde fil. lic. G. Widmark för av honom utförda undersökningar över terpener i svensk sulfatterpentin och nämnde även vissa terpeners eksemframkallande egenskaper. Civilingengör M. Nilsson beskrev de försök, som utförts för att syntetisera den röda flugsvampens färgämne, muskarufin. Docent B. Lindberg talade om undersökningar över de i veden ingående oxicellulosorna och teknolog H. Bouveng om rödalgernas kolhydrater. Dr. pharm. R. Marcuse avslöjade, att vitamin C, ascorbinsyran, även kunde verka härskningshämmande på fiskprodukter, och civilingenjör E. Askelöv redogjorde för en del medicinskt verksamma furanderivat. Flera föredrag behandlade spektrokemiska undersökningar och den stora betydelse spektroskopien erhållit vid konstitutionsbestämningar. Sista dagen ägnades helt åt ligninforskningen. Särskilt intressant var tekn. lic. A. Björkmans metod att isolera lignin genom finmalning av ved och produktens extrahering med neutrala lösningsmedel.

Iwan Bolin

Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

höll sitt ordinarie årsmöte i Stockholm fredagen den 7 och lördagen den 8 januari 1955. Första dagens förhandlingar var förlagda till Byggnadsföreningen, Norrlandsgatan 11, där de till ca ett hundratal uppgående medlemmarna hälsades välkomna av föreningens ordförande lektor Ernst Knave. Framförallt riktade sig denne till föreningens nordiska gäster, lektor Hj. Mickelsson, Åbo, lektor O. Lindstad, Oslo och lektor E. Nordahl-Svendsen, Sorø, Danmark. Därefter vidtog de sedvanliga årsmötesförhandlingarna, dvs. justering av protokoll från föregående årsmöte samt uppläsning av styrelse- och revisionsberättelse. På revisorernas förslag beviljades styrelsen och skattmästaren ansvarsfrihet för det gångna årets förvaltning.

Till ordförande för 1955 omvaldes lektor Knave. Av övriga 22 styrelsemedlemmar omvaldes 18; rektorerna Lilly Tegnér och E. Martens, lektor G. Beskow och adjunkt Ingrid Lindstedt önskade ej omval. Nyvalda blev rektor Monica Aurivillius och adjunkt I. Stål, två poster lämnades t. v. obesatta. De förutvarande revisorerna adjunkterna E. Strand och B. Broström omvaldes, likaså revisorssuppleanterna lektor E. Herlin och lektor C.-G. Danver.

Styrelsen för 1955 har efter valet följande sammansättning: rektor Monica Aurivillius, Stockholm; laborator A. Broman, Göteborg; lektor Fr. Ehrnst, Stockholm; rektor W. Ekman, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; lektor B. Grundström, Djursholm; rektor A. Guntsch, Växjö; lektor B. Gustaver, Stockholm; adjunkt B. Hagner, Östersund; adjunkt T. Jacobsson, Sollefteå; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor E. Knave, Stockholm; lektor A. Leide, Lund; lektor C. Lönnqvist, Södertälje; rektor A. Nordhult, Stockholm; lektor K. Persson, Stockholm; rektor V. Sahlström, Molkom; adjunkt I. Stål, Saltsjöbaden; rektor B. Svensson, Jönköping; rektor T. Wetterblad, Stockholm; rektor S. Åstrand, Stockholm.

Efter årsmötesförhandlnigarna hölls dagens första föredrag av fil. dr Iwan Bolin som inför ett auditorium, som nu hade vuxit till betydligt över 150, talade över ämnet »Några nya gifter i människans tjänst».

Under härpå följande lunchrast hade medlemmarna tillfälle att ta del av de utställningar som anordnats av firmorna Norstedt & Söner, Rudolph Grave, Natur & Kultur och Lindståhls bokhandel.

Efter lunchen talade lektor O. Lindstad om »Et mer korrekt matematiskt sprog i fysisk litteratur», varefter undervisningsrådet C. E. Sjöstedt höll inledningsanförande till en diskussion om de metodiska anvisningarna till undervisningen i matematik på gymnasiet. — Efter halvannan timmes rast höll tekn. lic. Olle Franzén föredrag över television, som efterföljdes av radiotjänsts ordinarie televisionsutsänd-

ning. Tyvärr kan man knappast säga att denna utsändning gjorde någon propaganda för television som förströelsedetalj, men föredragshållaren gav i stället de närvarande en föreställning om de olika möjligheter som televisionen kan ha i ett modernt samhälle. — Dagen avslutades med middag på Byggnadsföreningen.

Lördagens program, som var förlagt till Högre tekniska läroverket på Kungsholmen, inleddes av ordföranden, som inför det talrikt församlade årsmötet höll ett minnestal över föreningens förste ordförande, rektor Benkt Söderborg, som avlidit några dagar före årsmötet. Man beslöt att med en blomsterhyllning hedra rektor Söderborgs minne.

Av dagens två föredrag hölls det första av Dr. Max Clemenz, Tyskland, som behandlade »Trefas växelström och elektriska motorer» och härvid förevisade en mycket instruktiv apparatur. Det andra hölls av lektor Nordahl-Svendsen, som till ämne hade valt »Energi». Med danskt gemyt illustrerade han sin framställning med hjälp av enkla leksaker.

Efter en lunchpaus företogs en rundvandring genom tekniska läroverkets välutrustade institutioner, vilka förevisades av läroverkets lärare.

Mötets sista programpunkt utgjorde en redogörelse av rektor Torsten Wetterblad för de metodiska anvisningarna i fysik för gymnasiet, eller kanske rättare en antydan om hur dessa kommer att te sig. I sin framställning refererade rektor W. åtskilligt av vad som framkom vid en diskussion, som han hade inlett vid sammanträde i nov. förra året med Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Läsaren hänvisas till ett referat i Elementas decemberhäfte 1954, s. 261. I diskussionen var det många som ställde frågor och framförde önskemål.

I den sedvanliga årsmötesberättelsen som utsändes till föreningens medlemmar torde en fylligare redogörelse kunna lämnas för de olika programpunkterna. En dylik måste emellertid bygga på autoreferat av föredrag och diskussionsinlägg, vilka ej föreligger, då detta skrives.

Bror Gustaver

Kurs i fysik och kemi för folkhögskolelärare

hölls den 2—11 sept. 1954 vid folkhögskolan i Ljungskile. Den ingick som ett led i fortbildningskurser i skilda ämnen och ämnesgrupper som Skolöverstyrelsen årligen anordnar för folkhögskolans lärare.

Kursen omfattade orientering om aktuella problem och nya forskningsresultat, praktiska pedagogiska övningar och diskussioner samt studiebesök. Studieledare var rektor Verner Sahlström, Molkom, som inledde kursen med en översikt över: Tradition och erfarenheter i

folkhögskolans naturvetenskapliga undervisning. — Vid efterföljande diskussion betonades att folkhögskolan — samtidigt som den utnyttjar erfarenheter från fysik- och kemiundervisningen vid andra skolformer — måste formulera sin målsättning på eget vis och välja arbetsmetoder med hänsyn härtill.

Föreläsare var: professor Nils Gralén (Nya landvinningar inom organisk kemi), civilingenjör Hans Wilhelmsson (Elektronik), laborator Einar Lindholm (Kärnfysikens senaste utveckling), professor Cyrill Brosset (Olika former av kemisk bindning och Syra-bas-begreppet) och fil. dr Iwan Bolin (Kemin som grund för några av våra viktigare industrier). Föreläsningarna följdes av fråge- och diskussionstimmar.

Studieresan gick till Göteborg. Där besågs Koppartrans anläggningar, SKF, Textilforskningsinstitutet och elektronikavdelningen vid Chalmers.

Ett antal förlag hade i samband med kursen ordnat utställning av litteratur och materiel, vilken också demonstrerades för deltagarna.

Genom att folkhögskolan arbetar med vuxna elever, ofta med yrkeserfarenhet och tekniskt intresse, men minst lika ofta utan elementära kunskaper i fysik och kemi, ställs speciella pedagogiska krav. Kursen kom att på ett mycket värdefullt sätt visa på möjligheter att möta dessa krav, samtidigt som den gav fördjupad kunskap, god repetition och impuls till vidare studier. *Eric Sjöqvist*

Gradualavhandlingar[1]

Sven Lennander, *Measurements of electron diffraction intensities by means of Geiger counters.* Arkiv för fysik, Bd 8, Nr 54, 63 sid. Disp. i Uppsala den 20 nov. 1954. Opponenter: professor Sten von Friesen, Lund och fil. lic. Gösta Ekspong, Uppsala.

Avhandlingen omfattar experimentell bestämning av atomformfaktorn för Au, Ag och Al vid elektronstrålning. Kännedom om atomformfaktorn har betydelse bl. a. för strukturbestämningar med hjälp av elektrondiffraktion och för beräkning av finstrukturen vid röntgenabsorptionsspektra. Stor osäkerhet har emellertid rått på området. Det gäller bl. a. tillämpningen av den på den Born'ska approximationen grundade kinematiska teorin. Tidigare experimentella undersökningar ha givit synnerligen divergerande resultat.

I föreliggande avhandling redogöres för konstruktionen av en ny diffraktionsapparatur, där elektronintensiteterna mätas med G–M-rör. Denna metod ger möjlighet att företa intensitetsmätningarna — och därmed formfaktorbestämningarna — med en noggrannhet, som är överlägsen den tidigare använda fotografiska metoden.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Av betydelse för undersökningen har varit framställningen av extremt tunna fribärande metallfolier, i vilka diffraktionen skall äga rum. I avhandlingen redogöres för ett förfarande, enligt vilket det lyckats att framställa fribärande folier ned mot en medeltjocklek av ca 75 Å.

För direkt beräkning av atomformfaktorn ur intensitetsmätningarna kräves, att de mikrokristaller varav foliet är uppbyggt ej ha någon speciell orientering. Detta har i stor utsträckning förbisetts vid tidigare undersökningar. Genom en viss förångningsteknik och nedkylning av foliet med flytande luft under förångningsprocessen har det lyckats att få ovanstående krav uppfyllt vid Au och Ag. Al:s tendens att bilda stora mikrokristaller gjorde det emellertid omöjligt att här undvika en viss grad av orientering. För kompensering av denna vid beräkning av formfaktorn har utarbetats en korrigeringsmetod.

Mätningar ha utförts på Au vid 30 kV (90—225 Å) samt 18 kV (110 Å), på Ag vid 29,5 kV (75—250 Å) och på Al vid 27 kV (140—410 Å). Samtliga bestämningar ge till resultat en formfaktorkurva, som avviker från den kinematiska teorien. Avvikelsen är störst vid Au, minst vid Al.

Genom mätning av halvvärdesbredder ha även mikrokristallernas storlek bestämts. Dessa ha i medeltal varit 55 Å i Au-folierna, 60 Å i Ag- och 110 Å i Al-folierna.

I sista kapitlet redogöres för mätningar av bakgrundselektronernas intensitetsfördelning samt för bakgrundens beroende av foliematerialet, folietjockleken och mikrokristallernas storlek.

Börje Ekelund, *The dipole moment and relaxation times of acetic anhydride and the rotation of its acetyl groups.* Åbo 1954. Disp. i Åbo den 9 oktober 1954. Opponent: professor Hilding Slätis, Stockholm.

Ättiksyreanhydridmolekylens dipolmoment och relaxationstider i fyra icke-polära lösningsmedel ha bestämts enligt en av Potapenko och Wheeler angiven metod. Härvid beräknas nämnda storheter för ett polärt ämnes molekyl ur värden på kapacitivitet och absorptivitet hos utspädda lösningar av ämnet i ett icke-polärt lösningsmedel, upptagna inom området för anomal dispersion. För bestämning av lösningarnas kapacitiviteter och absorptiviteter användes Drude-Coolidges metod, sådan den utformats av Potapenko och Slätis. För dessa mätningar tillverkades en oscillator med planelektrodrör för 1000—3000 Mp/s samt en mätkrets med ledningsresonatorer och mätkondensator.

För ättiksyreanhydridmolekylen ha vidare under antagande av, å ena sidan en fast, planar, trans-struktur, å andra sidan en struktur

med fritt rörliga acetylgrupper, dipolmoment och relaxationstider teoretiskt beräknats. Dipolmomenten ha beräknats medelst vektoraddition av kända bindningsmoment enligt en metod av Zahn, och relaxationstiderna med formler härledda av Fischer och Budó.

De experimentellt erhållna värdena visade sig överensstämma med de värden, som teoretiskt erhöllos för molekylen med rörliga acetylgrupper. Samtidigt verifierades Budós formler för beräkning av relaxationstiden för en ellipsoidformad molekyl med fritt vridbara atomgrupper, vilkas rotationsaxlar äro godtyckligt men fixerat orienterade i förhållande till ett molekylfast koordinatsystem. Dock med en reservation för en av teorin icke förutsedd förstoring av relaxationstiden, tidigare iakttagen även av Fischer hos o, o′-diklordifenyl och m, m′-diklordifenyl.

Ragnar Vestin, *Silver and Copper Compounds of Acetylene,* Svensk Kem. Tidskr. *66*, 65—95 (1954). Disp. vid Stockholms Högskola den 24 maj 1954. Opponenter: professor Stig Claesson och direktör Halvard Liander.

Acetylens föreningar med silver och envärd koppar ha sedan sekelskiftet endast sporadiskt behandlats i den kemiska litteraturen. Avhandlingen innehåller en inventering av kemiskt identifierbara substanser. Föreningarna bildas genom reversibla reaktioner, och det har även visat sig möjligt att fastställa existensvillkoren genom termodynamiska jämviktsmätningar.

De fasta silveracetylenföreningarna utgöras av enkelt silverkarbid, C_2Ag_2 samt acetylidiska komplexsalter av formen $C_2Ag_2(AgAn)_p$. Konstanten för jämvikten $C_2Ag_2(s)+2H^+=C_2H_2+2Ag^+$ har kunnat fastställas med potentiometrisk metod. För analys av komplexföreningar (An = NO_3, Cl, $\frac{1}{2}SO_4$, ClO_4 m. fl.) har speciell metod utarbetats. Åtskilliga tidigare beskrivna, bl. a. sådana som påstått innehålla asymmetrisk acetylid HC≡CAg som komponent, ha visat sig vara felaktigt identifierade. Jämvikter av typen $C_2Ag_2(s)+Ag^+ + An^- = C_2Ag_2 \cdot AgAn(s)$ har kunnat mätas.

I silversaltlösningar av högre koncentration kan acetylen bindas kemiskt utan att fällningar uppträda. De lösta föreningarna ha visats vara acetylidiska komplex av typen $(C_2Ag_2)(Ag^+)_n$ med koefficienten $n \geqq 4$. Silverföreningarna erbjuda goda förutsättningar för noggranna kvantitativa bestämningar; analysmetoder för acetylen och dess derivat ha utarbetats.

Det förekommer två huvudtyper av reaktioner mellan acetylen och envärd koppar: *addition,* som ger föreningar där acetylen ingår med bibehållna väteatomer och *substitution,* som ger kopparkarbid eller acetylidiska komplexföreningar. Någon förening med asymmetrisk

acetylid har ännu inte med säkerhet identifierats. Bland fasta additionsföreningar ha särskilt de enkla av formen $C_2H_2(CuCl)_n$ studerats. Jämviktstrycken i system där dessa äro koexistenta med varandra eller med fast kopparklorur ha kunnat bestämmas med stor noggrannhet. Bland fasta acetylidiska föreningar märkas kopparkarbid C_2Cu_2, ett violett komplex innehållande C_2Cu_2 och CuCl, samt slutligen en grupp gula kristalliniska komplex av typen $M_2C_2(CuCl)_8$, tidigare okänd.

Två typer av vattenlösta Cu^I-föreningar ha påvisats: dels färglösa additionsföreningar, dels en intensivt gulfärgad acetylidisk förening. Jämvikterna mellan acetylen och dess lösta additionskomplex ha gjorts till föremål för en omfattande serie mätningar, som i regel kunna återges med enkla empiriska funktioner. Man kan sluta sig till att dominerande species äro $C_2H_2(CuCl)$, $C_2H_2 \cdot CuCl_2^-$ samt $C_2H_2 \cdot Cu^+$. Det lösta gula komplexets jämvikt har studerats genom optiska absorptionsmätningar, som tala för att sammansättningen är $C_2(CuCl)_n^{2-}$; möjligen är komplexet identiskt med den anjon som förekommer i de fasta föreningarna $M_2C_2(CuCl)_8$.

Avhandlingen består av tolv separata tidskriftsuppsatser, men den rubricerade uppsatsen innehåller en ganska utförlig sammanfattning av de övriga. Undersökningarna utgöra del av ett större projekt, som även omfattar studium av kinetik och mekanism för irreversibla acetylenaktioner, katalyserade av Cu^I-föreningar.

Bokanmälningar

A. Combes, *Exercices et problèmes de mathématiques avec solutions.* Classe de Seconde, Librairie Vuibert, Paris 1954, 372 p., 800 fr.

Ett målmedvetet och uthålligt studium av detta utmärkta arbete kan icke undgå att giva rik behållning åt den som i god tid vill börja grundlägga färdighet i problemlösning. Skrivet av en erfaren pedagog i det land där denna konst, i examina, inträdesprov etc., tillmätes särskild vikt, ger det genom sina fullständigt utförda modell-lösningar (av samtliga uppgifter) föredömliga exempel på hur man kan komma en lösning på spåren och hur den sedan logiskt, stilistiskt och överskådligt utformas.

Boken innehåller 111 algebraiska och 82 geometriska uppgifter (med planimetriska och trigonometriska inslag). Kägelsnittsteori, rymdgeometri, infinitesimalkalkyl ingå ej. Genomgående ägnas stor omsorg åt diskussion av resultaten (möjlighetsvillkor, existensområden o. dyl.). Grafisk belysning tillgripes gärna, och genom att medtaga funktionerna $E(x)$ och $|x|$ har förf. fått goda exempel på diskontinuiteter och hörn;

funktionssambandet $y+|y|=x+|x|$ åskådliggöres till och med av hela tredje axelvinkelns punktförråd (inklusive de begränsade axelsegmenten) jämte den i första kvadranten liggande delen av axelbissektrisen $y=x$.

I geometri förutsättas några kursmoment, som ej behandlas i svenska skolböcker, men de kunna lätt inhämtas i större läroböcker. I regel innehålla de geometriska uppgifterna flera moment och figurens egenskaper studeras grundligt, den ena efter den andra. Användningen av enkla transformationer (symmetrisering, likställighet) gestaltar ofta bevis och konstruktioner mycket elegant, även det ett franskt epitet. Självfallet är att lärare kunna få många goda uppslag i denna problemsamling. *Josef Andersson*

W. V. D. Hodge and D. Pedoe, *Methods of Algebraic Geometry*, Volume III, Cambridge Univ. Press 1954, Pp. 336, 40s. net.

Volymerna I och II av detta arbete recenserades i Elementa 31 sid. 179 (1948) resp. 37 sid. 43 (1954). I fyra kapitel behandlar volym III idealteori, varieteter i affina rum, valuationer och birationella transformationer. Syftet är att ge en översikt över den moderna algebraiska metodik som används vid studiet av birationell geometri, dvs. teorien för sådana egenskaper hos algebraiska varieteter som är oförändrade vid birationella transformationer. Framställningen är av samma höga kvalitet som i de två föregående volymerna, men boken är icke lättläst, om man icke redan på förhand är hemmastadd i modern algebra. *Hans Rådström*

Gerhard Kowalewski †, *Einführung in die Determinantentheorie.* Vierte, verbesserte Auflage, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1954. 348 S., DM 30,00.

Första upplagan av denna välkända framställning av determinantteorien med tillämpningar utkom redan år 1909 och byggde på en mer än tioårig akademisk lärarverksamhet. En något förkortad andra upplaga utkom 1924 och 1942 en tredje, i huvudsak lik den andra. Vid sin död i februari 1950 hade författaren slutfört förberedelserna för en fjärde upplaga, som förlaget nu utgivit. Avvikelserna från tredje upplagan är mycket små. På några ställen har framställningen gjorts litet utförligare, och dessutom har tillkommit två sidor om Lebesgues integralbegrepp i samband med transformationsformeln för dubbelintegraler samt tre sidor om kvaternioner. Förändringarna har inte ens påverkat paragrafindelningen.

Enligt anmälarens mening är boken mycket lämplig både som lärobok och som uppslagsbok. *Göran Björck*

H. C. Fryer, *Elements of Statistics.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 262, $ 4.75.

Paul G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics.* Sec. Ed., John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 331, $ 5.00.

Att introducera en läsare i statistiskt tänkande utan att använda matematik är en stor konst. Fryer kan den konsten och har därför åstadkommit något ovanligt i raden av statistikböcker: ett arbete som trots den enkla, praktiska uppläggningen icke är ytligt utan ger läsaren god insikt om grundläggande begrepp. Den som läst boken har ordentligt fått veta vad ett konfidensintervall är och torde också verkligen förstå dess innebörd. Det är ett gott betyg. Ett skönhetsfel bör påtalas: tabellen över konfidensgränser för binomialfördelningen har åstadkommits genom skattning i Pearson-Clopper's diagram, trots att flera noggranna tabeller numera finns att tillgå.

Hoel's kända bok har givits en ansiktslyftning som kommer den att framstå lika blomstrande som när den först publicerades 1947, (första upplagan rec. i Elementa, *30,* 1947, 114). Innehållet är ännu fyllligare än förut. En del sannolikhetskalkyl har tillagts, kapitlet om regression och korrelation har förbättrats, teckentests har medtagits, variansanalysen har utökats i någon mån, m. m. Metoder grundade på variationsbredden borde ha medtagits i större utsträckning. Arbetet, som kräver tvåbetygskunskaper i matematik, hävdar väl sin ställning bland de bästa läroböckerna i matematisk statistik.

Båda böckerna är typografiskt eleganta och innehåller mängder med övningsexempel. *Gunnar Blom*

P. M. Woodward, *Probability and Information Theory with Applications to Radar.* Pergamon Press Ltd, London 1953, Pp. 128, 21 s.

Denna bok, vars författare är verksam vid Telecommunications Research Establishment, Malvern, England, vittnar om det samarbete som sedan andra världskriget äger rum mellan sannolikhetsteoretiker och teletekniker. I boken ägnas vardera 20 sidor åt (1) sannolikhetskalkyl, (2) Fourier-analys med statistiska tillämpningar, (3) informationsteori och (4) statistisk analys av problem vid mottagning av meddelanden i närvaro av random noise. Denna del av arbetet är mycket elegant skriven och på grund av det pregnanta skrivsättet innehållsrikare än sidantalet låter förmoda. Den som har goda kunskaper i differential- och integralkalkyl och vet en del om komplexa tal assimilerar det mesta. För full förståelse av (2) och (4) erfordras dock kännedom om teorien för stokastiska processer. Det elementärt utformade avsnittet (3) ger läsaren en bekväm kontakt med Shannon's

viktiga resultat med deras fascinerande anknytning till den statistiska mekanikens entropibegrepp.

Återstoden av boken, drygt 40 sidor, ägnas åt tillämpningar på grundläggande radar-problem. Om värdet av denna del kan anmälaren ej uttala sig. Författarens egna ord må citeras: »The experimentalist may be tempted to think that the theory borders on the trivial, for it merely specifies what ought to be done, and this has already been known for some time. Such a criticism misses the point. The treatment specifies a theoretical ideal without resort to empiricism, and the fact that it confirms experimental conclusions is its most satisfying feature.»

Gunnar Blom

Ernst S. Selmer, *Differensial- og integralregning,* Akademisk Forlag, Oslo 1954, 315 s., nkr 30:—.

Föreliggande arbete är ej avsett för universitetsstuderande i matematik utan för studerande i andra ämnen som nationalekonomi och statistik, vilka behöva matematik som hjälpmedel. Boken levererar i överensstämmelse med sitt syftemål praktiskt användbara formler och behandlingsmetoder och söker även ge en inblick i deras innehåll men går ej in på stränga existensbevis eller djupgående utredningar av matematiska begrepp. Till stor del sammanfaller stoffet med det, som behandlas på våra gymnasier, men går därutöver och redogör för bl. a. komplexa tal, Taylors serie och t. o. m. partiella derivator, dubbelintegraler och enkla differentialekvationer.

Boken synes ha vuxit fram ur ett praktiskt behov och har således en uppgift att fylla. För den som tänker ägna sig åt vetenskapligt studium av matematik torde den ha föga att ge, då dess arbetssätt i stort sett sammanfaller med skolmatematikens, den kringgår subtiliteterna och inriktar sig på användningarna. Som bredvidläsningsbok på gymnasiet kan den ha en uppgift att fylla genom sina goda övningsuppgifter och genom att stimulera intresset för matematik.

Viktor Bergström

Hilding Faxén, *Mekanik, Statik.* AB Seelig & C:o, Stockholm 1954, 230 s., kr. 15:—.

I och med utgivandet av ovanstående Statik är professor Faxéns Mekanik fullbordad. Förut föreligga nämligen Dynamik I (Partikelns dynamik, 110 s.) och Dynamik II (Kroppars dynamik, 332 s.), anmäld i Elementa 1950 s. 53.

Denna lärobok i mekanik utgör i sin helhet en fullständig omarbetning av de rotaprinttryckta kompendier, som författaren förut utgivit till stöd för studierna vid Tekniska Högskolan i Stockholm. Verkets syfte är sålunda närmast att vara en lärobok i mekanik för

tekniska högskolor, vilket bland annat visar sig i den tekniska inriktningen av många av övningsexemplen. Emellertid kan läroboken också utnyttjas vid den akademiska undervisningen, eftersom den innehåller allt väsentligt av kursen i rationell mekanik för två betyg i teoretisk fysik med mekanik vid universiteten.

Nu föreliggande Statik är disponerad på följande sätt: Krafter, som verka i samma punkt (30 s.). Statikens grundsatser (17 s.). Parallella krafter (21 s.). Stela kroppar (27 s.). Grafostatik (6 s.). Kedjors och trådars jämvikt (20 s.). Mekaniskt arbete (24 s.). Vätskors statik (23 s.). Sammanställning av definitioner och teorem ur vektoralgebran och integralkalkylen (14 s.). Lösningar och svar till problemen (37 s.). Tillägg och register (11 s.).

I statiken liksom i övriga delar av sin mekanik framhåller författaren starkt, att mekaniken i likhet med varje fysikalisk teori består dels av en *matematisk formalism*, på vilken man i förväg icke ställer andra krav än att den skall vara logiskt sammanhängande, och dels av *tillordningsdefinitioner*, som anknyta de i formalismen ingående symbolerna till den experimentella erfarenheten. Att teorien är riktig eller rättare sagt användbar betyder alltså, att den i teorien ingående formalismen ger ett inom försöksfelen riktigt samband mellan de storheter, som med hjälp av teoriens tillordningsdefinitioner erhållas ur experimenten. Dessa distinktioner kunna numera synas självklara, men det är ingalunda en överflödsgärning av författaren att inpränta dem. Exempelvis torde bristande skärpa i dessa fundamentala hänseenden starkt bidraga till förvirringen i många geometridebatter.

I enlighet med förordet stöder författaren lärobyggnaden så direkt som möjligt på den fysikaliska erfarenheten och speciellt på de enkla maskinernas verkningssätt. Ur dessa erfarenheter utvinnas villkoren för de *yttre* krafternas jämvikt. Däremot låter författaren avsiktligt de mellan kropparnas smådelar verkande *inre* krafterna träda i bakgrunden. Detta förefaller välbetänkt, eftersom man om dessa krafter vet både för mycket och för litet för att kunna introducera dem på ett tillfredsställande sätt i teorien. Över huvud taget är det enligt anmälarens åsikt pedagogiskt synnerligen lämpligt att stödja en makroskopisk teori endast på makroskopiska fakta. Atomistiska resonemang vid motiveringarna inge nämligen ofta den felaktiga föreställningen, att de klassiska makroteorierna skulle vinna sin slutliga bekräftelse genom att de kunna erhållas som approximationer av en atomistisk teori. Det förhåller sig ju tvärtom så, att det första kravet man måste ställa på en atomistisk teori är, att den icke får motsäga de väl verifierade makroskopiska teorierna utan tvärtom måste innehålla dem som specialfall.

Det viktigaste för förståelsen av den klassiska mekaniken är alltså

inte kunskapen om att den kan härledas som ett specialfall av relativitetsteori eller kvantmekanik utan säkerhet i att tillämpa teorien på konkreta fysikaliska situationer inom dess giltighetsområde. En sådan färdighet kan icke vinnas annat än genom problemlösning, och den föreliggande boken lämnar också rika tillfällen härtill. Ungefär hälften av dess utrymme är anslaget till genomräknade exempel samt problem med svar och anvisningar. Det är av stor betydelse för undervisning och självstudier att detta rikhaltiga och allsidiga problemmaterial nu finnes pedagogiskt bearbetat och lätt tillgängligt.

Framställningen i boken vittnar om en omutlig noggrannhet. Ingen student torde kunna undgå att taga intryck av författarens strävan att gå till botten med problemen, även om denna strävan någon gång leder till en viss oöverskådlighet. Var och en måste liksom anmälaren finna det välgörande att taga del av en bok, vars författare icke av bekvämlighet söker kringgå sakliga och pedagogiska svårigheter.

Stig Hjalmars

Y. Rocard, *L'instabilité en mécanique.* »Évolution des Sciences» no. 1. Masson & Cie, Paris 1954, VIII+240 p., 1200 fr.

Varför skall bilens bakringar pumpas hårdare än framringarna? Att frågan har samband med kursstabiliteten får man här utrett, som en tillämpning av den allmänna uppgiften att bestämma under vilka omständigheter ett svängande mekaniskt system är stabilt resp. instabilt, dvs. när amplituden avtar eller växer med tiden. Av detta kända problem har prof. Rocard utvunnit nya aspekter, bl. a. genom försöket att för praktiskt förekommande fall göra sådana förutsättningar, att en exakt matematisk behandling kan genomföras, utan att kontakten med verkligheten går förlorad. Vid diskussionen av stabiliteten hos hängbroar och flygplansvingar — ungefär hälften av boken — kommer han sålunda fram till kriterier som bör kunna utnyttjas vid den praktiska konstruktionen (vilket även skett i Frankrike). — Vid sidan av dessa mera speciella frågor finner man i de inledande kapitlen en elementär och mycket läsvärd genomgång av enkla och kopplade svängningar, icke-konservativa system etc. *S. Bertil Nilsson*

Reports on Progress in Physics, Vol. XVII. The Physical Society, London 1954, Pp. iv+280, 50s. net. Särtryck à 6—9 s.

Vol. 17 av Reports on Progress in Physics innehåller i ordning följande monografier (förf. inom parentes): *Nuclear Shell Structure* (M. H. L. Pryce, Clarendon Laboratory, Oxford), *Diffraction Theory* (C. J. Bouwkamp, N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven), *Atmospheric Electricity* (J. Alan Chalmers, University of Durham), *The Physical Condition of the Solar Corona* (C. W. Allen, University

of London Observatory), *Theory of Origin of Cosmic Rays* (Edward Teller, University of California, Berkeley), *Atomic Valence States and Chemical Binding* (W. Moffitt, Harvard University, Cambridge, Mass.), *Antiferromagnetism* (A. B. Lidiard, University of Illinois, Urbana), *Horizontal Movements in the Ionosphere* (B. H. Briggs och M. Spencer, Cavendish Laboratory, Cambridge).

En av rubrikerna, »Diffraction Theory», framkallar troligen olustkänslor hos flertalet av de experimentalfysiker som i ungdomen sleto med Drude eller Försterling. Även Bouwkamps framställning är mödosam att arbeta sig igenom, vilket emellertid inte sägs för att avskräcka. — För ungefär femton år sedan påbörjades ett intensivt forskningsarbete för vidareutveckling av den klassiska diffraktionsteorien, som i den utformning den fått genom Kirchhoff och Kottler inte räckte till för radarteknikens behov. Denna »praktiskt» syftande forskning fick de vanliga konsekvenserna; man började undra, om inte de gamles läror kunde göras nyttiga även på andra områden. Inom akustiken följde en nästan explosionsartad utveckling. Betydelsefulla resultat har vunnits inom optiken, geofysiken, astronomien, kemien, meteorologien samt naturligtvis radio- och mikrovågstekniken. En enorm tidskriftslitteratur har framkommit samt ett flertal monografier och handböcker. — I Bouwkamps uppsats (66 sid.) redovisas en mindre del av denna forskningsverksamhet, nämligen i huvudsak den som avser kvasioptisk vågutbredning dvs. har anknytning till mikrovågstekniken; den avslutande bibliografien upptar drygt 500 arbeten, publicerade 1940—53. *Torsten Jönsson*

Applied Electronics. A First Course in Electronics, Electron Tubes, and Associated Circuits. 2nd Ed. by Truman S. Gray. Principles of Electrical Engineering Series. The Technology Press of The Massachusetts Institute of Technology. Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1954, Pp. xxviii+881, $ 9.00.

Denna klassiska lärobok, utarbetad inom MIT:s Department of Electrical Engineering och publicerad 1943, nådde vårt land i ett fåtal exemplar under kriget och kom jämte ett par andra i början av 40-talet utgivna amerikanska verk att bestämma studieinriktningen för några yngre fysiker och elektrotekniker, som hade på känn, att något betydelsefullt var under utveckling i England och Amerika.

Elektroniken togs inte på allvar inom tongivande kretsar här i Sverige på den tiden. — Amerikanernas *electronics* troddes rätt allmänt vara detsamma som rundradioteknik. En och annan erinrade sig, att Johannes Stark i början av seklet nyttjat ordet *Elektronik* som sammanfattande benämning på fenomen som man inte visste mycket om (Stark utgav 1901—1920 tidskriften Jahrbuch der Radioaktivität

und Elektronik) och att ordet förekommit i en tysk boktitel (Otto Klemperer, Einführung in die Elektronik, Springer, Berlin 1933; f. ö. en i sitt slag förträfflig bok). När Chalmers tekniska högskola började undersöka möjligheterna för att få en professur i elektronik, karakteriserades åtgärderna som verklighetsfrämmande. — Inställningen ändrades dock rätt snart; ett par år senare var elektroniken väl etablerad i vårt land. Resurserna för elektronikforskning äro nu tämligen tillfredsställande. Utbildningsmöjligheterna äro emellertid inte på långt när tillräckliga, och därför dra vi inte den nytta av elektroniken som vi skulle kunna göra.

Professor Gray har reviderat *Applied Electronics* på ett utomordentligt sätt. Dispositionen är emellertid den gamla och texten till icke ringa del oförändrad, ett gott betyg åt den ursprungliga författarkretsen.

Boken behandlar fysikaliska grundfenomen, väsentliga elektroniska kopplingselement, inklusive transistorer, samt de viktigaste funktionella metoderna. Framställningen motsvarar en grundläggande ettårig högskolekurs och håller sig strängt inom den ram som undertiteln anger. Vad man nu vanligen menar med tillämpningar behandlas inte, varför övertiteln nog måste anses vilseledande.

Elektroniken har nu fått sådan omfattning och har infiltrerat på så många områden, att det för närvarande inte torde vara möjligt att till allmän belåtenhet definiera vare sig elektronik eller tillämpad elektronik. Definitionsfrågan, som innefattar frågan om gränsdragning mellan fysik och elektronik ävensom frågan om avspjälkning av självständiga tekniska discipliner från den tillämpade elektroniken, är självfallet utan vetenskapligt intresse men har, åtminstone i vårt land, rätt stor utbildningsorganisatorisk betydelse. *Torsten Jönsson*

Static Electrification. A Symposium held by The Institute of Physics in London on 25, 26 and 27 March, 1953. British Journal of Applied Physics. Supplement No. 2. The Institute of Physics, London 1953, Pp. iv+104, 25 s.

Statisk elektrisering, dvs. fenomenet att två elektriskt neutrala kroppar, som bringats i beröring med varandra, med eller utan påtaglig gnidning, uppvisa efter separering (utom under mycket speciella förhållanden vid kontakten) laddningar på beröringsytorna, har från slutet av förra århundradet fram till 1940-talet inte intresserat vare sig forskare eller praktiker. (I skolans fysikundervisning har företeelsen däremot idogt tillämpats.)

På senare tid har man tvingats ta itu med fenomenet. Statisk elektrisering uppträder nämligen i stor skala vid många industriella processer och vid åtskilliga andra verksamheter och kan medföra olägen-

heter och även vålla svåra olyckor. Det nödtvungna arbetet i syfte att finna metoder för elimination av skaderisker har jämväl resulterat i nyttiga tillämpningar. Viss kunskap om fenomenets elektronfysikaliska mekanism har också förvärvats.

Någon monografi om hithörande frågor existerar inte, och tiden torde inte heller vara mogen för en sådan, men i föreliggande samling konferensanföranden redovisas (i särdeles njutbar form) problem, forskningsresultat och tekniska erfarenheter rörande statisk elektricitet. Följande rubrikförteckning torde ge någon uppfattning om bokens innehåll.

Contact electrification. Theory of contact electrification. — *General principles.* Survey of generation and dissipation of static electricity; The electrification of fluids in motion; Electrification by freezing; Liquids giving no electrification by bubbling; The dissipation of electrical charges generated by rollers; The electrostatic charging of some polymers by mercury; The role of asymmetric rubbing in the generation of static electricity; Methods of increasing the electrical conductivity of surfaces. — *Useful applications.* The physics of electrostatic precipitation; Two electrostatic field-meters; Electrostatic coating processes; The measurement of oxidation of coal by static electrification. — *Electrostatic machines.* Survey of electrostatic generators (behandlar bandgeneratorer); Note on the voltage stabilization of an electrostatic generator; Ten years of research on electrostatics at the University of Grenoble 1942—1952 (här redogöres bl. a. för en intressant utveckling av Töplers influensmaskin, en roterande miniatyrgenerator, lämplig som tändaggregat för förbränningsmotorer; prestanda ca 200 kV, 250 W). — *Harmful static electrification.* Survey of harmful static electrification; The practical estimation of electrostatic hazards; Electrostatic eliminators in the textile industry; Static electricity on rubber-tyred vehicles; Factors in the design of an operating theatre free from electrostatic risks; Safety measures in operating theatres and the use of radioactive thallium source to dissipate static electricity; The electrostatic ignitibility and electrification of finely powdered Hexamine; The ignition of explosives by condenser discharges — effect of added circuit resistance. *Torsten Jönsson*

V. K. Zworykin—G. A. Morton, *Television.* 2nd Ed. *The Electronics of Image Transmission in Color and Monochrome.* Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1954, Pp. 1037, $ 17.50.

Denna bok, som är ett av televisionsteknikens klassiska verk, utkom i sin första upplaga 1940. Vid denna tid låg den europeiska televisionen helt nere på grund av kriget, medan i U. S. A. tv-starten fördröjdes på grund av oenighet i systemfrågan.

Den föreliggande, till stor del omarbetade upplagan utkommer vid en tid, då den svartvita televisionen i U. S. A. omfattar 100-tals sändare och 30 miljoner mottagare och är en av de tio ledande industrierna, och samtidigt som man står i begrepp att införa färgtelevision. Även om färgtv just nu befinner sig i en kris med allvarliga bakslag, så görs stora ansträngningar i industrilaboratorierna för att bemästra svårigheterna. Det är därför naturligt, att en betydande del av boken, 170 s., ägnats åt färgtv. Symptomatiskt är även, att ett nyskrivet kapitel ägnats åt industriella och andra speciella tillämpningar av television.

Boken är uppdelad i fyra delar.

Del I behandlar i fyra kapitel televisionens fysikaliska underlag. Av speciellt intresse är här behandlingen av fotokonduktiviteten, fotoemitterande material samt nya fosforer. Fotokonduktiviteten kommer med stor sannolikhet att vara avgörande för framtidens tv-kameror. Fotoemissionens spektralkänslighet har stor betydelse vid utveckling av fotoceller för televisering av färgfilm. Inom fosforområdet saknar man ännu en tillräckligt effektiv röd fosfor för färgbildrör.

Del II beskriver, likaledes i fyra kapitel, televisionens principiella uppbyggnad, speciellt inverkan på bildskärpan av avsökningsprocessen, linjetalet, bandbredden och strålens (aperturens) ändliga storlek. Bildkvalitetsproblemen äro dock endast översiktligt behandlade. Sådana avgörande faktorer som brusets inverkan samt försämringen genom ett antal kaskadkopplade processer, börjande med kameralinsen och slutande med rummets betraktningsförhållanden, ha inte medtagits. Dessa faktorer ha den inverkan, att det med nuvarande optiska och elektroniska komponenter föga lönar sig att öka linjetalet över 600 och bandbredden över 5 à 6 MHz.

Del III, åtta kapitel, beskriver det svartvita tv-systemet del för del. Den börjar med kamerarören, och ikonoskopet behandlas ingående, vilket kan synas egendomligt, då detta rör numera inte användes. Pedagogiskt är det emellertid motiverat, då vissa effekter i ikonoskopet lett till utvecklingen av den moderna ortikonen och bildortikonen. Ortikonen fungerar nämligen som man hoppades att ikonoskopet skulle fungera. Avsnitten om bildortikonen och vidikonen äro helt nyskrivna; dessa rör existerade inte förrän 1946.

Kapitlet om bildrör har moderniserats och innefattar såväl den allt vanligare aluminiseringsprocessen som de senaste rören för storbildsprojektion.

Kap. 13 behandlar bredbandsförstärkning såväl ur frekvens- som tidsaspekt, medan kap. 14 ger en översikt av synkroniseringsproblemen.

Kap. 15 behandlar tv-sändare, varvid även de senaste dm-vågssändarna med klystroner medtagits.

Kap. 16 ger en styvmoderlig behandling av mottagarna. Anledningen torde vara, att en rikhaltig litteratur finns på detta område. Man har valt att koncentrera sig på centralantennsystem och förstärkaranläggningar för avlägsna områden samt följdriktigt på mottagarens ingångssteg.

I del IV ägnas tre kapitel åt färgtelevision och åt industriella tillämpningar, medan bokens sista kapitel behandlar stationsnäten med deras studios och förbindningssystem.

Inom färgavsnittet behandlar kap. 17 principerna för färgtv samt de klassiska metoderna, färgföljds- och trekanalsystemen. Punktföljdssystemets simultana natur påpekas. Kapitlet avslutas med en översikt av färgbildrören. Kap. 18 behandlar den additiva färgblandningens tillämpning i färgtv med dess möjlighet att tillföra negativa färgkvantiteter via elektronrörsmatriser. Man utgår ånyo från punktföljdssystemet och bygger gradvis upp det nya amerikanska standardsystemet för färgtv. Gammakorrektion och störningsfenomen genomgås. Kap. 19 slutligen behandlar olika slags apparater för färgtelevision.

Boken kan rekommenderas som den kanske främsta inom området. Den är till god hjälp för den som vill lära sig television. Genom en omfattande litteraturförteckning öppnar den dessutom vägarna till televisionsteknikens olika specialområden. *Hans Werthén*

Ludwig Kofler † und Adelheid Kofler (unter Mitarbeit von Maria Brandstätter), *Thermo-Mikro-Methoden zur Kennzeichnung organischer Stoffe und Stoffgemische.* Verlag Chemie, GmbH., Weinheim/Bergstrasse, 1954. XI+608 S., DM 39.80.

Boken, egentligen en tredje, omarbetad och utvidgad upplaga, behandlar de möjligheter mikroskopet erbjuder vid studiet av smältförlopp hos organisk-kemiska preparat. Då man på vanligt sätt med obeväpnat öga iakttager vad som sker med ett kristallpulver i ett smältpunktskapillär, kan man i stort sett endast fastställa vid vilken temperatur substansen övergår i en klar vätska. Ser man preparatet i omkring 100 gångers förstoring, kan man emellertid iakttaga eventuella förändringar *inom* de enskilda kornen. För t. ex. en vanlig binär blandning med enkelt eutektikum kan man vid icke-eutektisk sammansättning iakttaga den partiella smältningen vid den eutektiska temperaturen med ungefär samma skärpa som den slutliga övergången till vätskeformigt enfassystem. Med substansmängder av storleksordningen 0,1 mg kan man på detta sätt erhålla betydligt fullständigare upplysningar än genom vanlig smältpunktsbestämning, som kräver större mängder prov. Andra mätningar bli också möjliga med mikro-

skopets hjälp, t. ex. bestämning av den temperatur vid vilken smältan har samma brytningsindex som ett visst glaspulver, vilket kan användas för identifiering av rena substanser eller kvantitativ bestämning av blandningar av kända ämnen.

Boken kan i viss mån betraktas som en bruksanvisning till de olika av Kofler konstruerade hjälpmedlen men går genom sin stora grundlighet vida utöver denna ram. Närmare 30 sidor behandla övningsexempel till de olika bestämningsmetoderna, och drygt en tredjedel av boken utgöres av en identifieringstabell, upptagande smältpunkt, eutektiska temperaturerna för blandningar med två valda ämnen, brytningsindex för smältan vid minst en temperatur samt särskilda kännetecken, allt för omkring 1200 substanser inom smältpunktsintervallet 14—350°C. Arbetet bör kunna utgöra en god hjälpreda vid preparativt arbete.

Beträffande redigeringen kan anmärkas att referenserna äro sammanförda efter kapitlen V, VII, IX och X samt i anslutning till identifieringstabellen, inom varje grupp för sig numrerade från 1 och uppåt. Detta underlättar icke arbetet att finna sig tillrätta i boken, som härigenom i viss mån ger intryck av att vara sammansatt av hopplockade delar. Bildmaterialets sammanhang med texten försämras av att alla fotografiska illustrationer av tekniska skäl sammanförts till två grupper specialblad, insprängda i bokens inre, vilket medför att t. ex. Abb. 1 återfinnes efter Abb. 45. Detta kräver en del bläddrande av den som ej närmare är bekant med redigeringen. *Lars Melander*

Wilhelm Geilmann, *Bilder zur qualitativen Mikroanalyse anorganischer Stoffe*, 2. Aufl. Verlag Chemie, Weinheim/Bergstrasse, 1954. 120 S., DM 28.80.

Professor Geilmann i Maniz har genomfört det värdefulla arbetet att mikrofotografera ett stort antal typiska fällningar från analytiska reaktioner. Förstoringen har valts mellan 70 och 210 gånger, i enstaka fall högre.

Bilderna äro vackra, men tyvärr icke i färg. Man återfinner en rad bekanta »ansikten», t. ex. de gula uranylacetatfällningarna med *natrium* och en tyngre metall (Zn eller Mg). Att få fram för natrium specifika fällningar står ju sedan länge på den analytiske kemistens önskelista. Här finner man några sådana fällningar, som även tillåta kvantitativ bestämning av natrium. — Det *svårlösliga nitrat*, som nitronacetat ger med nitratjoner, är ett analogt fall på anjonsidan: vackra knippen av fina nålar, ävenledes användbara för gravimetrisk bestämning av nitratjon. Omkring 300 olika fällningsreaktioner finnas representerade. För varje reaktion anföres i korthet *hur* den utföres, vilka joner, som verka *störande* och hur *känslig* reaktionen är. Vanligtvis behöver blott

några tusendels milligram eller mindre av ett ämne finnas per droppe (20—30 mm^3).

Boken är icke avsedd att vara en lärobok i mikroanalys, men väl ett komplement till en sådan och en hjälp vid utförande av kvalitativ mikroanalys, och detta mål uppnås på ett lyckligt sätt.

J. Tandberg

C. Curry, *Geometrical Optics.* E. Arnold & Co., London 1953, Pp. 173, 21 s. net.

Den som utöver skol- och högskolekurser i Gaussoptik för tunna linser önskar vägledning vid fortsatt studium kan undgå begynnelsesvårigheter med formler genom att följa bokens samlade, mycket goda framställning. Detta gäller huvud- och nodpunkter, trigonometrisk strålräkning och främst klassificering av aberrationer. De viktigaste egenskaperna hos instrument och instrumentkomponenter klargöres även. Nyttiga hänvisningar göres till större, främst engelska arbeten. Fullt logiskt med hänsyn till bokens titel hålles gränserna till vågoptiken rätt snäva. Den klassiska upplösningen enligt diffraktionsfiguren ges dock även i formel, men teorierna för mikroskop och aberrationernas vågteori beröres endast i förbigående. Text och figurer läses väl samman, och boken kan utan tvekan rekommenderas.

Erik Ingelstam

Erik T. Glas, *Likströmslära.* Natur och Kultur. Stockholm 1954. 338 s., kr. 21: —.

— *Växelströmslära.* Natur och Kultur. Stockholm 1952. 232 s., kr 16: 50.

För de tekniska läroverkens speciallinjer i elektroteknik (såväl kraftteknik som teleteknik) har det hittills saknats en lärobok i elektricitetslära av tillräcklig teoretisk omfattning. Med här föreliggande två böcker är denna lucka i litteraturen fylld.

Den tekniska elektricitetsläran är grundvalen för de teletekniska fackämnena, och författaren har vid planerandet kunnat tillgodogöra sig erfarenheterna från sin mångåriga verksamhet som lärare i framför allt radioteknik. Böckerna rymma därför ett komplett lärostoff.

Inom likströmsläran har speciell omsorg och utrymme ägnats strömkretsteorien och den annars vanligen styvmoderligt behandlade ferromagnetismen, inklusive teori för kretsar med permanenta magneter. Kraftverkan i magnetiska och elektriska fält har även medtagits liksom teorien för den elektriska svängningskretsen.

Växelströmsläran bygger på den grafiska metoden vid lösningen av problem, men i bokens slut återfinnes ett kapitel, där den komplexa metoden genomgås. Utförlig behandling har författaren kostat på bl. a. katodstråleoscillografen samt kretsar, där spolar med järnkärnor ingå.

I båda böckerna ha talrika exempel inlagts i texten, ofta med fullständiga anvisningar för lösningen. En del av de vanligaste mätinstrumenten och mättekniska metoderna ha även medtagits. Båda böckerna avslutas med en samling instruktiva laborationsuppgifter.

Författaren har i framställningen konsekvent använt mksa-systemet samt de enhetliga symboler och beteckningar, som nu äntligen börjat växa fram ur tidigare kaos inom elektricitetsläran.

Böckerna förtjäna ett mycket högt betyg. De äro visserligen i första hand avsedda för elever vid de tekniska läroverken, men även andra intresserade, som önska en allsidig utblick över den tekniska elektricitetsläran, torde ha stort utbyte av den moderna och lediga framställningen. Även för elever vid de allmänna gymnasierna, som ha för avsikt att fortsätta med studier vid tekniska högskolor, kunna böckerna rekommenderas som fortsättningskurs. *Einar Danielson*

Helge Bohlin, *Elektricitetslära och elektroteknik*, 6:e uppl., Svenska Bokförlaget, Stockholm 1954, 607 s., kr. 18:50.

Boken är närmast avsedd för undervisningen i elteknik på de icke-elektrotekniska facklinjerna vid de högre tekniska läroverken. Den första upplagan utkom 1937 och så sent som 1950 genomgick boken i femte upplagan en omfattande modernisering och omarbetning. Bl. a. infördes i denna upplaga MKSA-systemet.

De viktigaste ändringarna i 6:e upplagan äro föranledda av de nya normerna över beteckningar för storheter och måttenheter inom elektrotekniken, SEN 2-1953. Det måste anses som ytterligt värdefullt att beteckningar och enheter så snabbt kunnat ändras och bringas i överensstämmelse med de nya normerna. Det är ju praktiskt taget omöjligt att i undervisningen använda andra beteckningar än läroboken. Endast i ett avseende är boken inkonsekvent härvidlag. I de flesta kopplingsscheman har symbolen för resistans ej kommit till användning. Inom krafttekniken är ju numera detta allmänt genomfört.

Texten i övningsuppgifterna, som både äro många och väl valda, borde i större utsträckning än som skett ha ändrats, så att MKSA-systemets enheter kommit till användning. Speciellt gäller detta kapitlet om det magnetiska flödet. Onödigt mycken tid går här åt för omräkning till de nya enheterna, och detta bidrar ej till att göra MKSA-systemet populärt.

Enligt anmälarens åsikt äro kapitlen mätteknik och anläggningsteknik tilltagna i knappaste laget. Sålunda saknas beskrivning över en modern jordplåtsbrygga samt beräkningar av kortslutningsströmmar och kortslutningseffekter.

Kapitlet om elektromagnetiska vågor och elementen inom radio-

Forts. s. 76.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1970) *I varje triangel är* $16R^2=r^2+r_a^2+r_b^2+r_c^2+a^2+b^2+c^2$.

I. Gunsjö

1971) *En punkt P ligger i första axelvinkeln inom ellipsen* $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$, *vars högra (vänstra) brännpunkt är* $F(F_1)$. *Linjerna FP och* F_1P *skära, utdragna över P, ellipsen i Q och* Q_1. *Visa, att* $PQ>PQ_1$. *X.*

1972) *Sidan i en kvadrat är n längdenheter, där n är ett helt tal. Den är indelad i* n^2 *ytenheter, men innehåller därjämte ett stort antal* $(=y)$ *kvadrater av olika storlek. Den givna kvadraten är medräknad. Vi tänker oss figuren lagd med tändstickor, av vilka n st. ingår i den största kvadratens sida. Då åtgår inalles x tändstickor. Sök sambandet mellan variablerna x och y.* *Y. Ekedahl*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1973) Konstanterna a, b och c äro så valda, att ekvationen $c^2(x^2+x)^2=4a^2x^3$ satisfieras av värdet $x=(a+b):(a-b)$, där $a\neq b\neq 0$. Lös ekvationen. Konstanten c får icke förekomma i svaret.

Svar: $x_1=x_2=0$; $x_3=(a+b):(a-b)$; $x_4=(a-b):(a+b)$; $(c^2=a^2-b^2)$.

1974) Vinkeln A i en kvadrat $ABCD$ delas i tre lika delar av linjerna AE och AF. Punkterna E och F ligga på var sin av kvadratsidorna CB och CD. Hur stor del av kvadraten utgör ytan av triangeln AEF?

Svar: $\frac{1}{3}$.

1975) Lös ekvationen $1+2\sin^2x+4\sin^4x+8\sin^6x+\ldots=2\sin 2x$.

Svar: $x=22{,}5^\circ+n\cdot 180^\circ$.

1976) Ytan av en rektangel $ABCD$ delas i tre lika delar av två räta linjer genom A. Hur stor del av diagonalen BD ligger mellan dessa linjer? (Uppgiften löses lämpligen med analytisk geometri.)

Svar: $\frac{1}{5}$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1973—1984 är insända av *Axby*.

1977) I vartdera hörnet av en kvadrat avskäres en likbent triangel så, att återstoden blir en regelbunden åttahörning. Förenas vartannat hörn i denna, erhålles en ny kvadrat. Hörnen i den sistnämnda avskäras så, att en ny åttahörning bildas, osv. i oändlighet. Visa, att summan av alla åttahörningarnas ytor är dubbelt så stor som ytan av den ursprungliga kvadraten.

1978) $ABCD$ är en kvadrat och E en godtycklig punkt på sidan DA eller dess förlängning utanför A. På AB:s förlängning utanför B väljes punkten F så, att $BF=DE$, varefter F förenas med E. Från C fälles normalen CG mot EF. Visa, med analytisk geometri eller på annat sätt, att normalens fotpunkt ligger på diagonalen BD.

1979) En regelbunden sexsidig pyramid och ett regelbundet sexsidigt prisma ha lika stora basytor, lika stora volymer och lika stora totala ytor. Baskanterna äro 10 cm. Beräkna sidokanterna.

Svar: Pyramidens sidokant är $\sqrt{532}=23{,}07$ cm, prismats $\sqrt{48}=6{,}93$ cm.

1980) En regelbunden tresidig pyramid inskrives i en given klotsektor vars toppvinkel är 90°. Pyramidens topp faller i kalottens mittpunkt och de övriga hörnen på klotsektorns koniska yta. Sök förhållandet mellan pyramidens maximivolym och klotsektorns volym.

Svar: $(\sqrt{12}+\sqrt{6}):18\pi=0{,}105$.

1981) Kurvan $y=x^4+ax^3+bx^2+c$ går genom punkterna (3; 3) och (0; 3). Den senare är en maximipunkt. Den ekvation, som man erhåller genom att sätta derivatan=0, har utom $x=0$ två rötter. Dessa äro så beskaffade, att summan av deras kvadrater är 9. Beräkna konstanterna a, b och c.

Svar: $a=0$; $b=-9$; $c=3$.

1982) Medianen till en katet i en rätvinklig triangel bildar vinkeln v med hypotenusan. Angiv det största värde v kan anta samt triangelns vinklar i detta fall.

Svar: $\operatorname{tg} v=\frac{1}{4}\sqrt{2}$, $v=19{,}48°$, vinklarna $54{,}74°$ och $35{,}26°$.

1983) Ellipsen $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ och cirkeln $x^2+y^2=a^2-b^2$ skära varandra i fyra punkter, vilka utgöra hörn i en kvadrat. Sök ellipsens excentricitet.

Svar: $\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

1984) En rät linje genom inflexionspunkterna på kurvan $x^2y-x+y=0$ bildar jämte kurvans normaler i inflexionspunkterna två kongruenta trianglar. Beräkna vinklarna i dessa trianglar.

Svar: $59{,}04°$, $52{,}12°$, $68{,}84°$.

Lösningar till uppg. 1944—1946

1944) *Om a, b, c äro sidorna i en triangel och* $x+y+z=0$, *så är uttrycket* $a^2yz+b^2xz+c^2xy$ *aldrig positivt.* *B. Svenonius*

Ersättes z med $-(x+y)$ blir uttrycket $-[b^2x^2+a^2y^2+(a^2+b^2-c^2)xy] \equiv$ $\equiv -(b^2x^2+a^2y^2+2abxy\cos C) \equiv -(bx+ay\cos C)^2-a^2y^2\sin^2 C$.

S. B.

Även löst av *X., Y. Ekedahl* och *E. Samén.*

1945) *Två fasta tangenter till en given parabel råkas i punkten A. Av två rörliga tangenter t och* t_1 *råkar t de fasta i B och C. Projektionerna av B och C på* t_1 *äro* B_1 *resp.* C_1. *Visa, att förhållandet mellan projektionerna av* BB_1 *och* CC_1 *på linjerna AC och AB resp. är konstant, när t och* t_1 *variera.* *X.*

Om t_1 skär AB och AC i resp. E och D samt vinklarna AED och ADE äro resp. α och β, blir förhållandet $BB_1\sin\beta : CC_1\sin\alpha = (BB_1 : \sin\alpha) : (CC_1 : \sin\beta) = BE : CD = AP : AQ$, där P och Q äro kontaktpunkterna för de fasta tangenterna. (Se Carlson, Geometri I, 2:a uppl. sid. 259.) *S. B.*

1946) *De räta linjer, som förena hörnen A, B, C, D i en tetraeder med en godtycklig punkt P skära motstående sidoytors plan i* A_1, B_1, C_1, D_1 *resp. Visa, att föreningslinjerna mellan mittpunkten* A_2 *på* AA_1 *och mittpunkterna* B_2, C_2, D_2 *på* BB_1, CC_1, DD_1 *skära planet BCD i* B_3, C_3, D_3 *resp., så belägna, att trianglarna* B_3CD, C_3DB, D_3BC *äro likytiga.* V. *Thébault*

Om hörnen i en sexhörning ligga omväxlande på två räta linjer, så ligga skärningspunkterna mellan motstående sidor två och två i rät linje. Denna sats av Pappos är endast ett specialfall av Pascals. Låt planet $ABPA_1B_1A_2B_2$ skära CD i B_0. Om K, L och M äro mittpunkterna på BA, BB_0, B_0A resp., är $A_2 \equiv KM\times AP$ och $B_2 \equiv KL\times BP$. Slutligen drages genom P den med BB_0 (och KM) parallella linjen som skär AB i Q, KL i R och AB_0 i S. Enligt Pappos sats är $B_3 \equiv AR\times BB_0$, ty sexhörningen $APB\sigma KR(A)$ har vartannat hörn på AB och QS, då σ symboliserar den för BB_0, QS, KM gemensamma oändlighetspunkten. Man får nu $B_0B_3 : B_0B = SR : SQ = MK : SQ = AA_2 : AP$, och de analoga förhållandena $C_0C_3 : C_0C$, $D_0D_3 : D_0D$ ha följaktligen även detta värde. Därav satsen, då $B_0B_3 : B_0B = \triangle B_3CD : \triangle BCD$. *X.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Januari 1955

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. Bestäm de reella lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x^2+y^2+xy=x+4 \\ y(x+y)=4x+6 \end{cases}$$

2. AB är diameter i en cirkel. Genom punkten A drages tangenten till cirkeln. En rät linje BD skär cirkeln i punkten C och den dragna tangenten i punkten D. Hur stor är vinkeln ADB, då sträckorna AD och BC är lika långa?
3. I den likbenta triangeln ABC är var och en av de lika långa sidorna dubbelt så lång som basen AB. En rät linje, som skär sidorna AC och BC i deras mittpunkter, träffar i punkten D den räta linje, som kan dragas genom hörnet B parallellt med AC. Hur stor är vinkeln BDC?
4. Uttrycket $\frac{n^2+1}{n-1}$ antar samma värde för två värden på n, av vilka det ena är en enhet större än det andra. Vilka är dessa n-värden?
5. I en geometrisk serie är summan av första, tredje, fjärde och sjätte termerna en enhet större än kvadraten på seriens kvot. Skillnaden mellan sjunde och fjärde termerna är 7,2. Hur stor är första termen?
6. I triangeln ABC förhåller sig längderna av sidorna AC och BC som 3 : 5. Sidan AB är 98 cm. Genom en punkt D, belägen på sidan AB 39 cm från B, drages normalen mot AB. Den skär BC i punkten E. Sträckorna BE och CE förhåller sig som 3 : 2. Hur stor är vinkeln ACB?
7. En ångbåt, som får ta högst 500 passagerare, uthyres för en sällskapsresa på följande villkor. Minimiantalet passagerare är 200,

[1] *Allmänna anvisningar för alla examensprov:* Införda beteckningar bör förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar bör icke vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Geometriska uppgifter bör åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal. — För provet i *fysik* tillkommer att enheterna anges och att konstanter, som ej är uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

och om detta antal medföljer, beräknas hyran efter ett biljettpris av 6 kr per person. Om passagerarantalet överstiger 200, reduceras biljettpriset 6 kr med det antal ören, varmed antalet passagerare överstiger 200. Ange uthyrningskostnaden som funktion av det överskjutande passagerarantalet, och representera denna funktion grafiskt. Bestäm slutligen med användande av diagrammet eller på annat sätt, för vilket antal passagerare kostnaden blir störst, samt ange hur stor denna maximikostnad är.

8. Från ena stranden av en flod vill man mäta höjden av ett torn AB på andra stranden. Båda stränderna ligger i samma horisontalplan som punkten B. Man uppmäter på stranden en s. k. baslinje $CD=30$ m och bestämmer med ett vinkelinstrument tornets höjdvinkel $ACB=65{,}38°$ och de båda i horisontalplanet belägna vinklarna $BCD=56{,}55°$ och $BDC=35{,}43°$. Hur högt är tornet?

Resultat: 1. $x_1=y_1=-1$; $x_2=-1$, $y_2=2$. 2. 51,83°. 3. $90°+\frac{1}{2}A=127{,}76°$. (Drag AD). 4. 2 och 3 samt -1 och 0. 5. 0,1 eller 5. 6. 120°. 7. Uthyrningskostnaden (i kronor)$=(6-0{,}01x)(200+x)=1600-(20-0{,}1x)^2$, där x är antalet passagerare som överstiger 200. Kostnaden är störst, 1600 kr., då antalet passagerare är 400. 8. 38,0 m.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I en aritmetisk serie, som består av 101 termer, stryker man de första tio och de sista tio termerna. Summan av de återstående termerna kallas S_1. Därefter bildar man en ny serie på så sätt, att man i den ursprungliga serien stryker varannan term med början med den första. Summan av de i detta fall återstående termerna kallas S_2. Bestäm sambandet mellan S_1 och S_2.
2. I en regelbunden tresidig pyramid förhåller sig sidokanten till baskanten som 2 : 3. Under vilken synvinkel ser man en sidokant från den omskrivna sfärens medelpunkt?
3. I triangeln ABC är sidan AB 4 cm, sidan AC 5 cm och sidan BC 6 cm. Bevisa, att vinkeln A är exakt dubbelt så stor som vinkeln C.
4. Visa, att de tre räta linjer, som representeras av ekvationerna $3x-y+2=0$, $4x-y=0$ och $6x-y-4=0$, skär varandra i en och samma punkt A. En fjärde rät linje med ekvationen $3x+y-a=0$, där a är en konstant, skär de tre förstnämnda linjerna i ordning i de tre skilda punkterna B, C och D. Visa, att förhållandet $BC : CD$ har ett bestämt värde, som är oberoende av a.
5. I triangeln ABC är sidan BC 4 cm och medianen från A 6 cm. P är en godtycklig punkt på den nämnda medianen, och sträckan

AP är x cm. Ange summan av kvadraterna på avstånden från P till de tre triangelhörnen som en funktion av x, och studera motsvarande funktionskurva. Bestäm särskilt det största och det minsta värde, som funktionen antar.

6. En rät cirkulär kon är så beskaffad, att volymen av den största räta cirkulära cylinder, som kan inskrivas i konen och har gemensam axel med denna, har samma volym som den i konen inskrivna sfären. Bestäm konens toppvinkel.
7. Ett godtyckligt polynom $f(x)$ av tredje graden har reella koefficienter. Bevisa utan användning av motsvarande kurva, att om funktionen $y=f(x)$ har ett maximum, så har den också ett minimum.
8. Upprita kurvan $4y+x^4-8x^3+18x^2=0$ i dess huvuddrag. I en punkt A på kurvan med abskissan a drages kurvans tangent. Riktningskoefficienten (vinkelkoefficienten) för denna tangent betecknas med $k(a)$. För varje värde på a kan man draga en eller flera tangenter till kurvan med riktningskoefficienten $k(a)$. Ange, hur antalet dylika tangenter varierar, då punkten A beskriver kurvan. — Det erfordras inte men betraktas som en förtjänst, att man lämnar en utredning även av de fall, då tangenter sammanfaller.

Resultat: **1.** $50S_1=81S_2$. **2.** 60°. **3.** Om BA utdrages 5 cm över A till D, är $\triangle ABC\sim\triangle CBD$ enl. första likformighetsfallet, varav $\angle ACB=\angle D=\frac{1}{2}\angle BAC$. **4.** Att förh. är konst. och oberoende av a, följer av att sammanhörande punkter B, C, D bildar punktgrupper med A som likställighetscentrum. **5.** Summan (i cm²)$=32+3(x-4)^2$, där $0\leqq x\leqq 6$, har min. 32 för $x=4$ (P i tyngdpunkten) och gränsmaxima, 80 för $x=0$ och 44 för $x=6$. **6.** 60° eller 23,07°. — Sättes toppvinkeln$=180°-4v$, blir inskrivna klotets radie$=r\cdot\operatorname{tg} v$, där r är konens basradie, osv. **7.** Polynomet $f'(x)$, av andra graden, har ett nollställe, där det för växande x byter tecken från + till −. Då finns ett andra nollställe med motsatt teckenbyte, ty $f(+\infty)$ och $f(-\infty)$ har samma tecken. — Eller: Om $f'(x)\equiv ax^2+bx+c$, är $f''(x)=2ax+b$. Om rötterna till $f'(x)=0$, är x_1 och x_2 och $f''(x_1)=2ax_1+b<0$, blir $2a(-b/a-x_2)+b\equiv-2ax_2-b>0$, dvs. $f''(x_2)>0$. Fallet $f''(x_1)=0$ är uteslutet i en maximipunkt på en kubisk parabel. **8.** Kurvan $k(a)=-a^3+6a^2-9a\equiv-a(a-3)^2$ har max. i (3; 0) och min. i (1; −4). För $k(a)>0$, dvs. $a<0$, och $k(a)<-4$, dvs. $a>4$, finns endast en tangent med vinkelkoeff. $k(a)$. För övriga a finns i allmänhet tre tangenter. För $a=0$ eller 3 sammanfaller två i den ena infl.tangenten ($a=3$), för $a=1$ eller 4 sammanfaller två i den andra infl.tangenten ($a=1$). För a-värdena, 2, $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$ sammanfaller två i dubbeltangenten $8x+4y-1=0$ (se Elementa *31*, s. 77). Primärkurvan har max. i origo och en terrasspunkt i $(3;\ -6\frac{3}{4})$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Visa, att inflexionspunkterna till kurvan $20a^4y=3x^5-15ax^4+20a^2x^3$, där a är en konstant, som är $\neq 0$, ligger på en rät linje, och bestäm dennas ekvation.
2. Mellan variablerna y och z råder sambandet $z=\frac{1+\operatorname{tg} y}{1-\operatorname{tg} y}$. Bevisa, att $\frac{d^2y}{dz^2}+2z\left(\frac{dy}{dz}\right)^2=0$.
3. En ellips tangerar en liksidig hyperbel i dess vertices. Ellipsen skär konjugathyperbeln till den givna hyperbeln under räta vinklar. Beräkna ellipsens excentricitet.
4. Bestäm de värden på konstanten a, för vilka ekvationen
$$a(x^2+y^2)-2x+y+5=0$$
betyder en cirkel. Bevisa, att origo och punkten $(4; -2)$ ligger på var sin sida om periferien av varje sådan cirkel.
5. Upprita kurvan $y^2=1+xy$ i dess huvuddrag. Visa, att kurvan tangeras av den räta linjen $y=x\sin^2 v-\sin 2v$, där v är en konstant, för vilken gäller $0<v<\frac{1}{2}\pi$. Diskutera gränsläget för denna linje och för motsvarande tangeringspunkt, då v obegränsat närmar sig 0 respektive $\frac{1}{2}\pi$.
6. En parabel har fokus i origo och vertex på den räta linjen $x+5y=0$. Parabeln tangerar den räta linjen $x-y-6=0$. Bestäm koordinaterna för tangeringspunkten.
7. Visa, att kurvan $y=\frac{a}{x-1}+\frac{1}{x+1}$, där a är en konstant, som är $\neq 0$, har en och endast en inflexionspunkt utom för $a=-1$, då inflexionspunkter saknas. Undersök för olika värden på a, hur i förra fallet inflexionspunkten är belägen i förhållande till kurvans tre asymptoter. Upprita i stora drag exempel på de olika huvudtyper av kurvor, som kan förekomma.

Resultat: 1. $y=0{,}4x$. 2. $z=\operatorname{tg}(y+\frac{1}{4}\pi)$; $1:\frac{dy}{dz}=1+z^2$. 3. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$. Kurvorna har gemensamma brännpunkter. 4. $a<\frac{1}{4}$ och $\neq 0$. — Vid insättning av de båda punkternas koordinater i vänstra ledet får detta motsatta tecken. 5. Kurvan är en hyperbel, som går genom punkterna $(0; \pm 1)$. Asymptoter: $y=x$ och $y=0$. Linjen tangerar undre grenen i punkten $(2\cot 2v; -\operatorname{tg} v)$ och tenderar mot asymptoten $y=0$ för $v\to 0$ och mot $y=x$ för $v\to\frac{1}{2}\pi$. 6. $(1; -5)$. — Normalen från fokus råkar tangenten i M $(3; -3)$ på vertextangenten. Tangenten i T skär axeln

i A (5; −1). Då M är mittpunkten på AT, fås T (1; −5). **7.** Asymptoter: $x=\pm 1$, $y=0$. Axelintercept $(1-a):(1+a)$ och $1-a$. Inflexionspunkt $[(1-\sqrt[3]{a}):(1+\sqrt[3]{a});\ \frac{1}{2}(1+\sqrt[3]{a})^2(1-\sqrt[3]{a})]$. För $a<0$ finns max. och min. men ej för $a\geqq 0$. Man kan antaga: 1) $a>1$, 2) $a=1$, 3) $a<-1$, ty ersättes x med $-x$ och y med $-ay$, övergår kurvans ekv. i $y=1:a(x-1)+1:(x+1)$, dvs. a utbytes mot $1:a$. Frånsett en skaländring på y-axeln speglas figuren m. a. p. origo för $a>0$ och m. a. p. y-axeln för $a<0$ vid utbytet av a mot $1:a$. I fallet $a>1$ avtar y på mellersta grenen från $+\infty$ för $x=-1$ till $-\infty$ för $x=1$, och där ligger i ordning skärningspunkten med negativa x-axeln, infl.punkten och skärningspunkten med negativa y-axeln. Övriga grenar är hyperboliska. Om $a=1$, är origo centrum och infl.punkt. Om $a<-1$, höjer sig vänstra grenen från $(-\infty;\ 0)$, och här ligger i ordning inflexions-, max.- och skärningspunkt med x-axeln. Därefter avtar y till $-\infty$ för $x=-1$. Mellersta grenen kommer från $(-1;\ +\infty)$, passerar en min.-punkt och en skärningspunkt med y-axeln (vilka punkter ligger i rät linje med max.-punkten), varpå y går mot $+\infty$ för $x\to 1$. Tredje grenen är hyperbolisk i fjärde kvadranten.

Uppgifter i fysik

1. En automobil, som med last väger 1100 kg, kör med frånslagen motor nedför en backe, vars lutning är 1 : 12. Vagnen bromsas så att den får en konstant hastighet av 72 km/tim. Beräkna den värmeutveckling per sek, som svarar mot bromsarbetet.
2. Två tunna trådar är med sina övre ändar fästade i två punkter, A och B, belägna på en horisontell linje. Trådarnas nedre ändar är fästade i var sin punkt på ytan av ett litet klot, så att trådarnas förlängningar går genom klotets medelpunkt O. Vinkeln AOB är 60°, och $AO=BO$. Kulan väger 100 g. Med handen för man kulan uppåt med spända trådar, så att planet AOB blir horisontellt. Därefter släpper man kulan. Beräkna spänningen i vardera tråden, då kulan passerar jämviktsläget. Kulans radie är mycket liten i jämförelse med AO och BO. Figur kräves.
3. Mellan två lika högt belägna punkter, A och E, hänges ett lätt, böjligt och otänjbart snöre. Vid tre punkter B, C och D är fastknutna 200-gramsvikter. Avstånden AB, BC, CD och DE är alla 200 mm. Det vertikala avståndet mellan den lägsta punkten, C, och de närmast belägna upphängningspunkterna, B och D, är 80 mm. Beräkna spänningarna i snörets olika delar. Figur kräves; i denna skall alla krafter, som verkar i punkterna B, C och D utritas.

4. För att bestämma hur många cal en wattsek motsvarar gjorde man vid en laboration följande försök. En termosflaska användes som kalorimeter. Sedan man i denna slagit en viss mängd vatten, nedfördes en doppvärmare, en omrörare och en termometer. En elektrisk ström släpptes genom doppvärmaren, så att temperaturen i kalorimetern blev 24,0° C, sedan strömmen brutits och temperaturjämvikt inträtt. Strax därpå nedfördes ytterligare 215,5 g vatten av temperaturen 16,5° C i kalorimetern, och strömmen slöts. Strömstyrkan avlästes till 0,625 A och spänningen över doppvärmaren till 140 V. Man konstaterade, att temperaturjämvikt ånyo inträffade vid 24,0° C, när strömmen bröts efter 77 sek. Beräkna härav ett värde på Joules konstant. Man kan bortse från värmeutbytet med omgivningen.
5. I mittpunkten av en rektangulär skiva av konstglas har upptagits ett runt hål, och i detta hål har en liten ljuskälla placerats. Genom en springa i ett vridbart lamphus, som omgiver ljuskällan, sändes ett smalt ljusknippe ut i glaset. Knippet får träffa den längre sidan så långt från dess mittpunkt, att totalreflexion inträder. För vissa lägen inträffar då totalreflexion, även när strålen därefter träffar kortsidan. Träffar knippet samma långsida ännu längre bort från ljuskällan, inträffar det vid ett visst läge, att strålen nätt och jämnt förmår lämna kortsidan och träda ut i luften. Detta sker, när ljusknippet träffar långsidan 65 mm från närmaste hörn och lämnar kortsidan 59 mm från samma hörn. Beräkna ur dessa uppgifter glasets brytningsexponent. Figur erfordras.
6. Vid ett försök använde man ett likbent glasprisma med mycket stor brytande vinkel. För att bestämma denna vinkel ställde man prismat på ett spektrometerbord. Kollimator och kikare var injusterade på vanligt sätt. Prismat placerades med vertikal brytande kant. Basen var vänd mot kollimatorn samt vinkelrät mot dennas axel. Kollimatorspalten belystes med Na-ljus, och i kikaren såg man då två bilder av spalten. Kikaren vreds så, att först den ena och sedan den andra spaltbilden sammanföll med kikarens hårkors. På instrumentets skala kunde man avläsa, att kikaren mellan dessa två lägen vridits 1,2°. Glaset i prismat har brytningsexponenten 1,72 för Na-ljus. Beräkna prismats brytande vinkel. Figur med strålgång (dock ej strålgången i kikaren) erfordras.
7. En strömkrets utgöres av ett torrelement, en amperemeter med liten resistans och ett motstånd med variabel resistans (x). Parallellt med motståndet inkopplas en voltmeter. Genom att variera x och göra samtidiga avläsningar på de båda instrumenten erhöll man följande serie försöksvärden.

I	0,42	0,32	0,25	0,20	0,17	0,08	ampere
V	0,39	0,61	0,79	0,88	0,97	1,20	volt

Inför dessa värden i ett diagram och bestäm ur detta elementets elektromotoriska kraft och inre resistans. Voltmetern har mycket stor resistans.

8. En spole till en elektromagnet skall innehålla 4000 amperevarv och ha en effektförbrukning av 60 W. Trådvarven beräknas ha en längd av i genomsnitt 16 cm. Hur mycket väger den koppartråd, som åtgår för spolens lindning? Koppars resistivitet är $0{,}018 \frac{\text{ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, dess täthet är 8,9 g/cm³. Antalet amperevarv är produkten av strömstyrkan i ampere och antalet varv.

Resultat: 1. 4,3 kcal. 2. $100\sqrt{3}=173$ p. 3. I de undre 250 p, i de övre $50\sqrt{57}=377$ p. — I *B* verkar 250 p i riktning mot *C* och 200 p nedåt. Deras resultant, som är spänningen i AB, beräknas med cosinusteoremet. 4. 0,24 cal/joule. 5. 1,49. 6. 178,8°. 7. 1,4 volt, 2,4 ohm. 8. 1,09 kg.

Insänd litteratur, forts. från första annonsbladet.

G. GOUDET, *Les fonctions de Bessel.* Masson & Cie, Paris 1954, 90 p., 600 fr.

P. COSSA, *La cybernétique.* Masson & Cie, Paris 1955, 96 p., 525 fr.

G. W. EWING, *Instrumental Methods of Chemical Analysis.* McGraw-Hill Book Co., New York, Pp. 434, $ 6.50.

H. E. HUNTLEY, *Nuclear Species.* Macmillan & Co., London 1954, Pp. 193, 21 s. net.

Textbook of Physics under the Editorship of R. Kronig, Delft. Translated from the 3rd Dutch edition in 1951. Pergamon Press, London 1954, Pp. 300, 70 s. net.

K. JASMUND, *Die silikatische Tonminerale.* Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr. 1955, 192 S., DM 17.60.

E. HECKER, *Verteilungsverfahren im Laboratorium.* Verlag Chemie. Weinheim/Bergstr. 1955, 299 S., mit Tabellen, DM 19.—.

E. LÖFGREN, *Formler och tabeller* över cirkulära, hyperboliska, Besselska funktioner samt gammafunktionen. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1954, 52 s., kr. 6: 75.

I. BELLANDER, *Grammofonavspelning,* teori och praktik. Nordisk Rotogravyr 1955, 128 s., kr. 9: 50.

C. E. SJÖSTEDT, *Algebra för gymnasiet.* II AB. Allmänna linjen och reallinjens biologiska gren, 48 s., kr. 2: 10; II M. Matematiska grenen, 57 s., kr. 2: 25. Gleerups förlag, Lund 1954.

B. A. GUSTAFSSON, *Maskinlära.* 191 s., kr. 5: 75; *Maskinelement.* 136 s., kr. 4: 50. I serien »Gleerups handböcker för yrkesundervisning», Lund 1954.

S. G. CEDERSTRAND, *Matematik för realskolan.* Del I. För kl. 1^3 och 1^4 och folkskolans realskolelinje. Fritzes förlag, Stockholm 1954, 75 s., kr. 4: 25.

Forts. från s. 65.

tekniken har genomgått en grundlig omarbetning och har i samband härmed kraftigt utökats. Boken har härigenom fått en lagom avpassad kurs i radioteknik för icke-elektriker.

Anmälaren hälsar med stor tillfredsställelse den vidtagna omarbetningen av denna lärobok, av vilken jag har mångårig erfarenhet från undervisning i elektroteknik på facklinjer för icke-elektriker. För den elektrotekniska fackavdelningen är boken givetvis allt för knapphändig. *Roger Agrelius*

V. L. Doughtie and W. H. James, *Elements of Mechanism.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 494, $ 6.00.

Maskinelementens rörelsemekanik har alltid lockat och tjusat den tekniskt begåvade människan. Åtskilliga alltjämt tillämpade konstruktioner härrör från antiken, medeltiden och den industriella revolutionens första tidsperiod. Känt är hur James Watt brottades med stora svårigheter, då det gällde att överföra ångmaskinkolvens fram- och återgående rörelse till en roterande. Vevrörelsen var visserligen känd och praktiskt tillämpad exempelvis vid svarvar för fotdrift, men Watt tvekade om dess lämplighet, och hans landsman James Pickard hann före med patenten. Watt konstruerade då den s. k. parallellogramrörelsen kombinerad med en planetväxel, en rörelsemekanism vilken han åtminstone för en tid betraktade som sin förnämsta uppfinning. Watt övergick dock vid första tillfälle till vevrörelsen!

I den tekniska litteraturen har ingalunda saknats beskrivningar och teoretiska utredningar av olika, mer eller mindre komplicerade rörelsemekanismer. Den bok som här anmäles, är ett tämligen gammalt verk, eftersom det utgavs första gången 1885. Enligt företalet är den nya upplagan i stort sett baserad på den ursprungliga, men under årens lopp har ett flertal författare, huvudsakligen från Massachusetts Institute of Technology, lämnat nya bidrag, så att omfånget växt. Prof. Doughtie vid University of Texas står som huvudredaktör för den nya boken, som utgör en grundlig omarbetning av det äldre verket och fyller stora krav på modernitet.

I sitt nya skick är boken väl värd att uppmärksammas. Den analyserar klart och redigt ett stort antal rörelsemekanismer såsom länkrörelser, kardankopplingar, kamskivor, kugghjul, remtransmissioner, planetväxlar, block, spärrdrifter, skruvar etc., allt med hänsyn till rörelsernas kinematik och utan anknytning till tröghetskrafter och av dessa orsakade materialpåkänningar. Framställningen är elementär och lättfattlig och boken innehåller ett stort antal övningsexempel, av vilka ett flertal är genomräknade. För konstruktörer som sysslar med automatik och arbetsmaskiner med komplicerade rörelser, torde boken utgöra en värdefull tillgång. *Elis Dahlin*

elt ny läroboksserie i fysik

Conrad Lönnqvist

Astronomi

Innehåller den astronomikurs, som skall läsas i realskolans avslutningsklass och det 4-åriga gymnasiets första ringar (A I^4, L II^4 & R I^4). Rikt illustrerad 3:75.

Godkänd av Statens Läroboksnämnd.

Denna lärobok i astronomi ingår som en fristående del i en ny läroboksserie:

Almkvist-Beskow-Herlin-Knave-Wetterblad

Fysik för realgymnasiet

1. Mekanik av *Göran Beskow*
2. Värmelära av *Ernst Herlin*

Delarna 1 & 2 utkommer till höstterminen 1955.

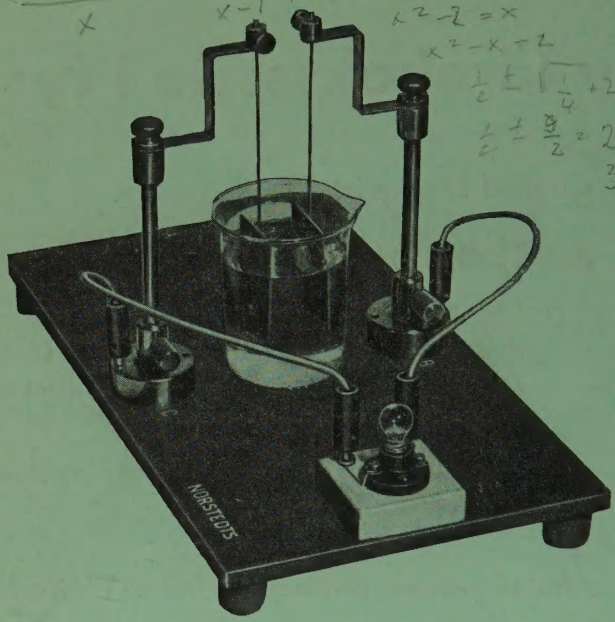
SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Hamngatan 4, Malmö



Norstedts laborationsmateriel

för realskolan levereras i lådor och på plintar för följande områden:

Allm. hjälpmedel — Matematiska laborationer — Värmelära — Optik
Täthet — Magnetism — Elektricitetslära — Kemi

Utförlig förteckning och prisuppgift på begäran

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen — Stockholm

Lund 1955, Håkan Ohlssons Boktryckeri